Thermodynamik 3

- Gemische
- Verbrennung
- Wärmeübertragung
- Aufgaben
- Anhang

Peter Junglas 27. 6. 2013

Inhaltsverzeichnis

Übersicht

- Gemische
  - Beschreibung von Gemischen
  - Gemische idealer Gase
  - Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
  - Enthalpie feuchter Luft
- Verbrennung
  - Brennstoffe
  - Verbrennungsrechnung
  - Verbrennungsenthalpie
- Wärmeübertragung
  - Übersicht
  - Wärmeleitung
  - Wärmeströmung
  - Wärmestrahlung
- Aufgaben
  - Aufgabe 1
    - Lösung von Aufgabe 1
  - Aufgabe 2
    - Lösung von Aufgabe 2
  - Aufgabe 3
    - Lösung von Aufgabe 3
  - Aufgabe 4
    - Lösung von Aufgabe 4
  - Aufgabe 5
    - Lösung von Aufgabe 5
  - Aufgabe 6
    - Lösung von Aufgabe 6
  - Aufgabe 7
    - Lösung von Aufgabe 7
  - Aufgabe 8
    - Lösung von Aufgabe 8
  - Aufgabe 9
    - Lösung von Aufgabe 9
  - Aufgabe 10
    - Lösung von Aufgabe 10
  - Aufgabe 11
    - Lösung von Aufgabe 11
  - Aufgabe 12
    - Lösung von Aufgabe 12
  - Aufgabe 13
    - Lösung von Aufgabe 13
- Anhang
  - Tabellen
    - h,x-Diagramm von Mollier
  - Applets
  - Matlab-Beispiele
    - exercise5.m
    - exercise7.m
  - Literatur
  - Nachweise

Gemische

- Beschreibung von Gemischen
- Gemische idealer Gase
- Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
- Enthalpie feuchter Luft

Beschreibung von Gemischen

- Gemisch:

  Mischung mehrerer homogener Stoffe (**Komponenten**)

  selbst homogen (häufig bei Gasen) oder inhomogen (etwa bei Wasser und Luft)

  keine chemischen Reaktionen zwischen Komponenten

  u.U. Mischungseffekte wie Volumenkontraktion

- Anteile der Komponenten:

  Gesamtmasse

  $$m_g = \sum_i m_i$$

  mit Masse m_i von Komponente i

  Massenanteil μ_i

  $\mu_i := m_i/m_g$

  natürlich gilt

  $$\sum_i \mu_i = 1$$

  analog **Molanteil** y_i

  $y_i := n_i/n_g$

- Molmasse M_g des Gemischs:

  definiert als

  $M_g := m_g/n_g$

  bestimmbar aus den Molanteilen

  $$\begin{aligned} M_g &= \sum_i \frac{m_i}{n_g} \\ &= \sum_i \frac{m_i}{n_i}\frac{n_i}{n_g} \\ &= \sum_i M_i y_i \end{aligned}$$

  bestimmbar aus den Massenanteilen

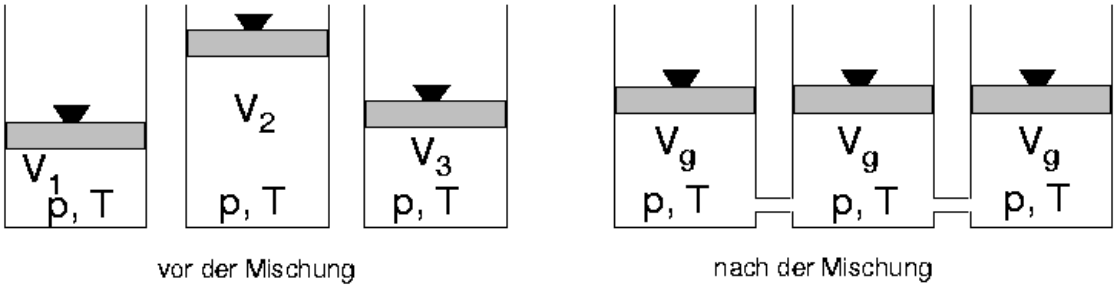
  $$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \frac{n_g}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i}{m_i}\frac{m_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \end{aligned}$$

- Ideales Gemisch:

keine Wechselwirkung zwischen Komponenten

bei gleichem p und T addieren sich die Volumina

$$V_g = \sum_i V_i$$



gut erfüllt bei vielen Gasen

meistens schlecht bei Flüssigkeiten

Gemische idealer Gase

- Zustandsgleichung des Gemischs:

  ideale Gasgleichung der Komponenten vor der Mischung

  $p\,V_i = n_i\,R\,T = m_i\,R_i\,T$

  nach der Mischung p und T gleich

  Addition der Gleichungen →

$$\begin{aligned} pV_g &= \sum_i pV_i \\ &= \sum_i m_i R_i T \\ &= \sum_i \mu_i m_g R_i T \\ &= m_g R_g T \end{aligned}$$

  mit Gaskonstante des Gemischs

$$R_g = \sum_i \mu_i R_i$$

- **Partialdruck** p_i:

  Komponente i nach Mischung auf Gesamtvolumen V_g verteilt

  übt Teildruck (Partialdruck) p_i aus mit

$$p_i = \frac{n_i R T}{V_g}$$

  Gesamtdruck p erfüllt

$$\begin{aligned} p &= \frac{n_g R T}{V_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i R T}{V_g} \\ &= \sum_i p_i \end{aligned}$$

  Division liefert

$$\frac{p_i}{p} = \frac{n_i}{n_g} = y_i$$

- Volumen und Dichte:

  Volumenanteil r_i

$$r_i := \frac{V_i}{V_g}$$

  durch Molanteil gegeben wegen

$$
\begin{aligned}
r_i &= \frac{pV_i}{pV_g} \\
&= \frac{n_i RT}{n_g RT} \\
&= \frac{n_i}{n_g} \\
&= y_i
\end{aligned}
$$

Dichte des Gemischs

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \rho_i^*$$

mit den Partialdichten ρ_i^*

aus den Massenanteilen bestimmt zu

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\rho_g} &= \frac{V_g}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{V_i}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{V_i}{m_i} \frac{m_i}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i}
\end{aligned}
$$

mit den Dichten ρ_i bei gleichem p und T

mit der Gasgleichung für die Komponenten

$p_i V_g = n_i R T = m_i R_i T$

gilt außerdem

$$\rho_g = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \frac{p_i}{R_i T}$$

- Extensive Größen Z_i:

  z.B. Enthalpie H, Wärmekapazitäten C_p, C_V

  addieren sich im Gemisch

  $$Z_g = \sum_i Z_i$$

  nicht Entropie (s.u.)

  bezogen auf Massen

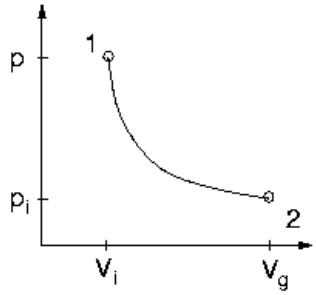
$$
\begin{aligned}
z_g &= \frac{Z_g}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{Z_i}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{Z_i}{m_i}\frac{m_i}{m_g} \\
&= \sum_i \mu_i z_i
\end{aligned}
$$

analog für molare Größen

$$Z_{m,g} = \sum_i y_i Z_{m,i}$$

- Entropie des Gemischs:

  Komponente i wird bei Mischung adiabatisch entspannt



  irreversibler, isothermer Prozess (Diffusion)

  Dissipationsenergie

$$
\begin{aligned}
W_{diss,i} &= -W_{V12} \\
&= \int_1^2 p\,dV = \int_1^2 n_i RT \frac{dV}{V} \\
&= -n_i RT \ln \frac{V_i}{V_g} = -n_i RT \ln r_i \\
&= -n_i RT \ln y_i
\end{aligned}
$$

  zugehörige Zunahme der Entropie

$$\Delta S_i = \frac{W_{diss,i}}{T} = -n_i R \ln y_i > 0$$

  Mischungsentropie über alle Komponenten

$$S_{Mi} = -R \sum_i n_i \ln y_i$$

  Gesamtentropie des Gemischs

$$S_g = \sum_i S_i + S_{Mi}$$

- Aufgaben:

  Aufgabe 1

  Aufgabe 2

Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen

- Gas-Dampf-Gemisch:

  Gasphase
  - homogenes Gas oder Gasgemisch
  - wird als ein ideales Gas behandelt
  - i.f. immer Luft
  - Größen mit Index L ("Luft")

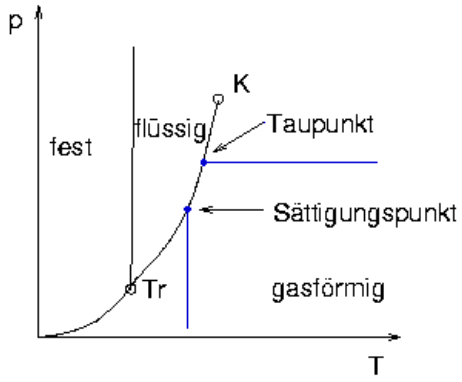
  Dampfphase
  - Komponente, die gasförmig oder flüssig (u.U. auch fest) sein kann
  - häufig mit geringem Partialdruck
  - → im gasförmigem Zustand als ideales Gas beschreibbar
  - i.f. immer Wasser (in allen Aggregatzuständen)
  - Größen mit Index W ("Wasser")

  Gemisch wird hier ideal angenommen

  gute Näherung für feuchte Luft bei nicht zu großen Drücken

- **Dampfdruckkurve** $p_S(T)$:

  Grenzkurve zwischen flüssiger und gasförmiger Phase



  auch als **Sättigungskurve** bezeichnet

  beschreibt maximalen Anteil von Dampf
  - Dampfanteil steigt
  - → Partialdruck p_W^* steigt
  - → Sättigungsdruck wird überschritten
  - → Wasser kondensiert

  beschreibt **Taupunkt**
  - Temperatur sinkt
  - → zugehöriger Sättigungsdruck p_S wird kleiner
  - → Partialdruck überschreitet p_S
  - → Wasser kondensiert (Taupunkt)
  - → Nebelbildung

  endet am Tripelpunkt
  - bei Wasser etwa bei 0 °C
  - darunter Eisbildung statt Nebelbildung

Dampfdruck-Tabelle für Wasserdampf

- Dampf-Sättigungszustände:

  ungesättigter Zustand

  - $p_W^* < p_S$

  gesättigter Zustand

  - $p_W^* = p_S$
  - Kondensat vorhanden

  übersättigter Zustand

  - $p_W^* > p_S$
  - instabil
  - möglich bei Fehlen von Kondensationskeimen

- **relative Feuchte** φ

  Verhältnis von Dampfdruck zu Sättigungsdruck

  $\varphi := p_W^* / p_S$

  meistens in Prozent angegeben

  relativ gut messbar (Hygrometer)

- **Feuchtegehalt** x

  Verhältnis von Wassermasse zu (trockener) Luftmasse

  $x := m_W/m_L$

  Bezug auf trockene Luft nützlich z.B. in der Klimatechnik

  bestimmbar aus p, $p_S(T)$ und φ mittels

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{m_W}{m_L} \\
&= \frac{M_W n_W}{M_L n_L} \\
&= \frac{M_W}{M_L}\frac{y_W}{y_L} \\
&= \frac{M_W}{M_L}\frac{p_W^*}{p - p_W^*} \\
&= \frac{M_W}{M_L}\frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} \\
&\approx 0.6219\frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S}
\end{aligned}
$$

  bei gesättigtem Zustand (φ = 1)

$$x_S = 0.6219\frac{p_S}{p - p_S}$$

- Dichte ρ_g feuchter Luft:

  ergibt sich zu

$$
\begin{aligned}
\rho_g &= \frac{p_L}{R_L T} + \frac{p_W}{R_W T} \\
&= \frac{1}{RT}\left(p_L M_L + p_W M_W\right) \\
&= \frac{M_L}{RT}\left(p_L + \frac{M_W}{M_L} p_W\right) \\
&= \frac{M_L}{RT}\left(p - \varphi p_S + \frac{M_W}{M_L}\varphi p_S\right) \\
&= \frac{p M_L}{RT}\left(1 - (1 - \frac{M_W}{M_L})\varphi \frac{p_S}{p}\right) \\
&= \rho_L\left(1 - (1 - \frac{M_W}{M_L})\varphi \frac{p_S}{p}\right) \\
&\approx \rho_L\left(1 - 0.3781\varphi \frac{p_S}{p}\right)
\end{aligned}
$$

feuchte Luft ist (spezifisch) leichter als trockene Luft

- Spezifisches Volumen:

  normale Definition für das Luft-Wasser-Gemisch

  $$v_g = \frac{V_g}{m_L + m_W} = \frac{1}{\rho_g}$$

  bezogen auf trockene Luft (analog zu x)

  $$v_{1+x} = \frac{V_g}{m_L}$$

  Zusammenhang beider Größen

  $$
  \begin{aligned}
  v_{1+x} &= \frac{m_L + m_W}{m_L} \frac{V_g}{m_L + m_W} \\
  &= (1 + x) v_g
  \end{aligned}
  $$

- Aufgaben:

  Aufgabe 3

Enthalpie feuchter Luft

- Spezifische Enthalpien:

  für die Komponenten

  $h_W = H_W/m_W$

  $h_L = H_L/m_L$

  für das Gemisch

  $$h_g = \frac{H_g}{m_g} = \frac{H_L + H_W}{m_L + m_W}$$

  bezogen auf trockene Luft

  $$h_{1+x} = \frac{H_g}{m_L} = h_L + x h_W$$

- Berechnung der spezifischen Enthalpie:
  - allgemein für ideales Gas

    $dh = c_p\, dT$

    im praktisch relevanten Bereich c_p nahezu temperaturunabhängig (für Luft, Dampf, Wasser, Eis)
  - für trockene Luft

    Bezugspunkt $h_L(t = 0\ °C) = 0 \rightarrow$

    $h_L = c_{p,L}\, t$
  - Bezugspunkt bei Wasser

    siedendes Wasser am Tripelpunkt (≈ 0 °C)

    $h_W(t = 0\ °C) = 0$

    Enthalpie für Wasserdampf

    $h_D = r_{0°C} + c_{p,D}\, t$

    mit Verdampfungsenthalpie r

    bei Kondensatbildung ($x > x_S$)

    Anteil $x - x_S$

    flüssiges Wasser $h_W = c_{p,W}\, t$

    bei Kondensatbildung unterhalb 0°C

    Anteil $x - x_S$ Eis

    $h_E = -\sigma_{0°C} + c_{p,E}\, t$

    mit Schmelzenthalpie σ
  - zusammengefasst

$$
\begin{aligned}
h_{1+x} &= c_{p,L}\,t + x(r_{0°C} + c_{p,D}\,t) \qquad \text{bei } \varphi < 1 \text{ bzw. } x < x_S \\
h_{1+x} &= c_{p,L}\,t + x_S(r_{0°C} + c_{p,D}\,t) + (x - x_S)c_{p,W}\,t \qquad \text{bei } x \geq x_S,\ t \geq 0°C \\
h_{1+x} &= c_{p,L}\,t + x_S(r_{0°C} + c_{p,D}\,t) + (x - x_S)(-\sigma_{0°C} + c_{p,E}\,t) \qquad \text{bei } x \geq x_S,\ t < 0°C
\end{aligned}
$$

- benötigte Stoffgrößen

Stoff	**c_P [kJ/(kg K)]**
Luft	1.004
Dampf	1.86
Wasser	4.19
Eis	2.04

$r_{0°C}$ = 2500.9 kJ/kg

$\sigma_{0°C}$ = 333.5 kJ/kg

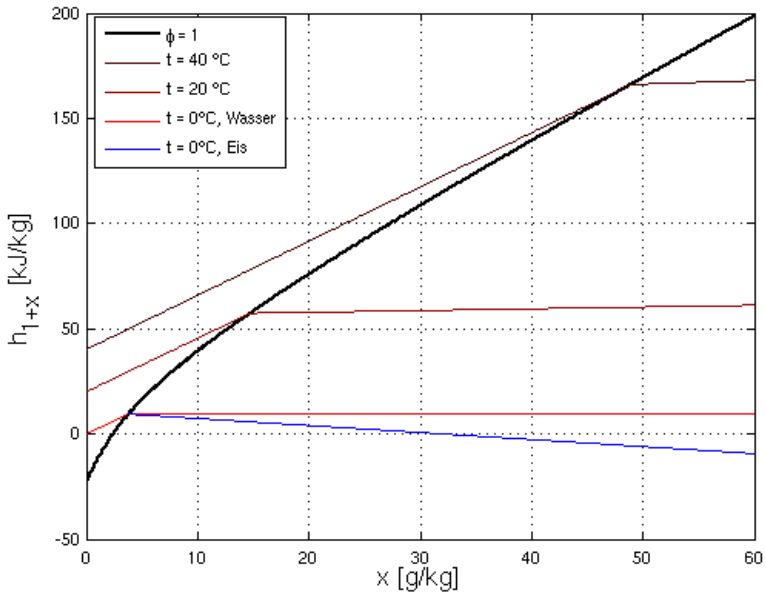
- h,x-Diagramm von Mollier:

  Darstellung isobarer Zustandsänderungen von feuchter Luft

  Enthalpie h_{1+x} über Feuchtegehalt x

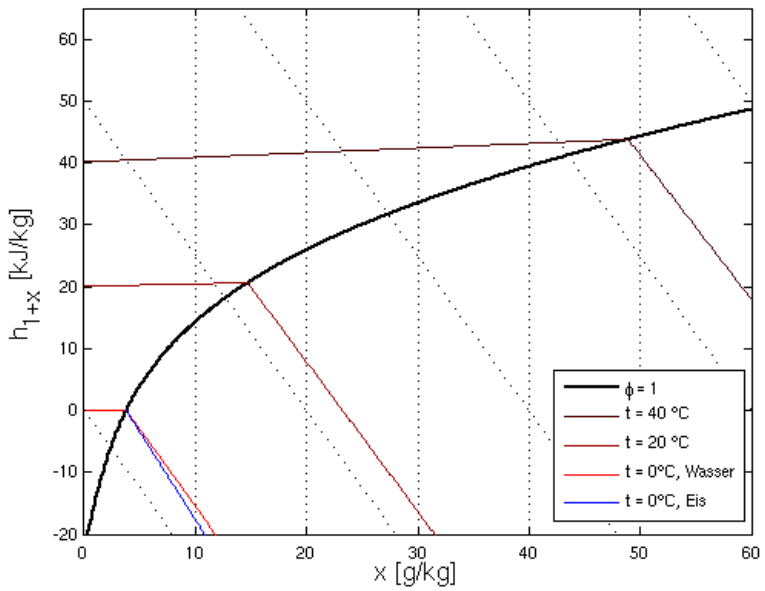
  h stückweise lineare Funktion von x (bei Isothermen)

  Knick jeweils bei φ = 1 (Sättigungslinie)



zur besseren Darstellung schiefwinkliges Diagramm

- x-Achse nach unten gedreht,
- Winkel so, dass t=0°C horizontal für φ < 1
- Parallelen zur x-Achse = Linien mit konstantem h_{1+x}



Sättigungslinie vom Druck abhängig → Diagramm nur für einen Druck gültig

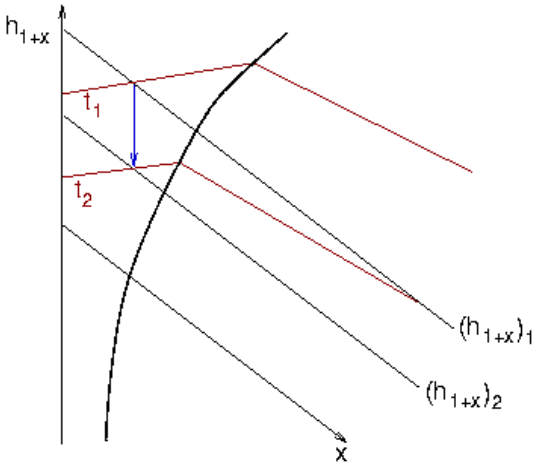
genaueres Diagramm im Anhang

- Abkühlung feuchter Luft ohne Kondensation:

  betrachte isobaren Abkühlung, ohne Wasserzu- oder Abfuhr

  keine Kondensation → x = const.

  Enthalpiedifferenz direkt aus h-x-Diagramm



abzuführender Wärmestrom

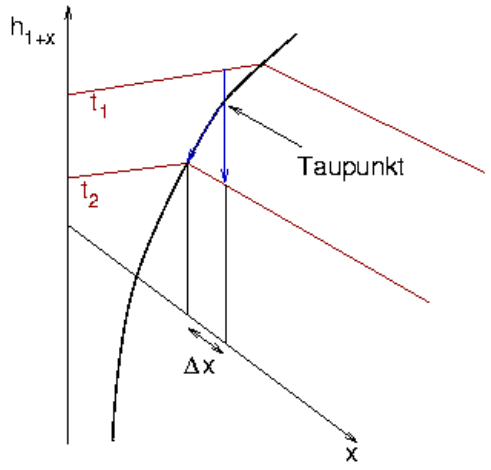
$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_L[(h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1]$$

- Abkühlung feuchter Luft mit Kondensation:

  kondensierender Wasseranteil

  $\Delta x = (x_S)_2 - x_1$

  direkt aus h-x-Diagramm



Gesamtmenge Wasser bleibt natürlich gleich

- Adiabatisches Mischen von feuchter Luft:

  betrachten adiabatische, isobare Mischung zweier Stoffströme $\dot{m}_{L,1}$ und $\dot{m}_{L,2}$

  jeweils mit Zustandsgrößen x_1, $(h_{1+x})_1$ bzw. x_2, $(h_{1+x})_2$

  Mischungszustand 3 mit $\dot{m}_{L,3}$, x_3, $(h_{1+x})_3$

  Massenbilanz für (trockene) Luft →

  $$\dot{m}_{L,3} = \dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}$$

  Massenbilanz für Wasser

  $$x_3\dot{m}_{L,3} = x_1\dot{m}_{L,1} + x_2\dot{m}_{L,2}$$

  Elimination von $\dot{m}_{L,3}$ →

  $$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

  leicht nach x_3 auflösbar

  Wärmebilanz

  $$(\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2})(h_{1+x})_3 = \dot{m}_{L,1}(h_{1+x})_1 + \dot{m}_{L,2}(h_{1+x})_2$$

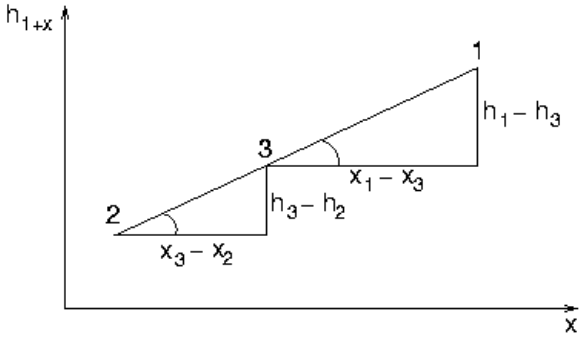
  Umformen und x_3-Beziehung einsetzen →

  $$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

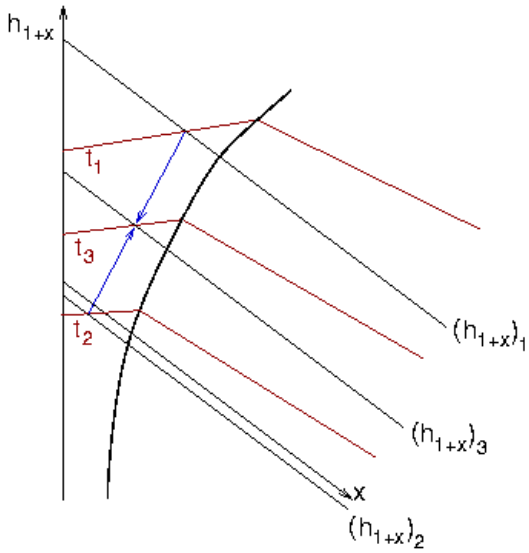
  im h,x-Diagramm

  - Punkt 3 liegt auf Strecke zwischen Punkt 1 und Punkt 2, da Strecken 2→3 und 3→1 gleiche Steigung haben:

    $$\frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{x_3 - x_2} = \frac{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3}{x_1 - x_3}$$



- x_3 berechnen → Punkt 3 graphisch bestimmen



- daraus $(h_{1+x})_3$ und t_3 ablesbar

- Aufgaben:

  Aufgabe 4

  Aufgabe 5

Verbrennung

- Brennstoffe
- Verbrennungsrechnung
- Verbrennungsenthalpie

Brennstoffe

- Verbrennung:

  Freisetzung chemischer Energie durch Reaktion mit Sauerstoff

  Energie wird i.w. als Wärme frei

  Herkunft des Sauerstoffs
  - Umgebungsluft
  - flüssig in Tanks (z.B. bei Raketen)
  - Oxidationsmittel (z.B. bei Sprengstoffen)

  betrachten i.f. nur Luftsauerstoff

- Reaktionsteilnehmer:

  Brennstoffe
  - i.w. Kohlenstoff, Wasserstoff, Schwefel (unerwünscht)

  Brennluft
  - Sauerstoff (20.95 % Molanteil, 23.14 % Massenanteil)
  - Stickstoff (geringfügig beteiligt → Stickoxide)
  - Rest (Edelgase, etwas CO_2 und Wasser)
  - **Luftstickstoff** = Stickstoff + Rest

  Verbrennungsgas
  - Reaktionsprodukte (CO_2, CO, H_2O, SO_2)
  - Luftstickstoff

  Asche bzw. Schlacke
  - unverbrannte Feststoffanteile (Mineralien, Metalle)

- Brennstoffgruppen:

  gasförmige Brennstoffe
  - chemische Zusammensetzung im Detail bekannt
  - beschrieben durch die Volumenanteile
  - Näherung idealer Gemische: Volumenanteile = Molanteile y_i

  feste und flüssige Brennstoffe
  - meistens Gemisch vieler komplizierter Verbindungen
  - statt komplexer Chemie nur pauschale Elementanalyse
  - angegeben als Massenanteile

- Reaktionsgleichungen:

  in der Regel komplexe chemische Prozesse

  vollständige Oxidationsprozesse (freiwerdende Energie bezogen auf ein Mol)
  - $C + O_2 \rightarrow CO_2 + 393.5$ kJ
  - $H_2 + 1/2\ O_2 \rightarrow H_2O$(flüssig) + 285.8 kJ
  - $S + O_2 \rightarrow SO_2 + 296.9$ kJ
  - $CH_4 + 2\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2\ H_2O$

  unvollständige Prozesse

- brennbare Stoffe bleiben über
- Ursache z.B. Sauerstoffmangel oder schlechte Durchmischung
- Beispiel: $C + 1/2\ O_2 \rightarrow CO + 110.5\ kJ$

Verbrennungsrechnung

- Aufgabenstellung:

  Bestimmung des Sauerstoff- und Luftbedarfs einer Verbrennung

  Bestimmung der Menge und Zusammensetzung des Verbrennungsgases

- Mengenangaben:

  am einfachsten in Molanteilen (wegen Reaktionsgleichungen)

  bei festen und flüssigen Brennstoffen Umrechnung von Massenanteil μ_i der Komponente i in kmol/kg Brennstoff

  mit Index B für gesamten Brennstoff also

$$\zeta_i := \frac{n_i}{m_B} = \frac{m_i}{M_i m_B} = \frac{\mu_i}{M_i}$$

  einfache Näherungen für Molmassen meist hinreichend genau

  z.B. für Kohlenstoffanteil

$$\zeta_C = \frac{\mu_C}{M_C} = \frac{\mu_C}{12}\,\frac{\mathrm{kmol\,C}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Sauerstoffbedarf o_{min}:

  benötigter Luftsauerstoff O_2/ kg Brennstoff

  Faktoren aus aus den Reaktionsgleichungen
  - 1 mol O_2 / 1 mol C
  - 1/4 mol O_2 / 1 mol H
  - 1 mol O_2 / 1 mol S

  im Brennstoff enthaltenen Sauerstoff vom Bedarf abziehen
  - -1/2 mol O_2 / 1 mol O

  zusammen also

$$o_{min} = \left(\frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32} - \frac{\mu_O}{32}\right)\frac{\mathrm{kmol\,O_2}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Luftbedarf l_{min}:

  benötigte Luft / kg Brennstoff

  bei trockener Luft durch Sauerstoffanteil y_O der Luft

$$l_{min} = \frac{o_{min}}{y_O} = \frac{o_{min}}{0.21}\,\frac{\mathrm{kmol\,L}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  molarer Feuchtegehalt w_l der Luft bei Luftfeuchtigkeit φ

$$w_l = \frac{p_d^*}{p_l^*} = \frac{p_d^*}{p - p_d^*} = \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S}$$

  feuchte Mindestluftmenge daher

$$l_{min,f} = (1 + w_l) l_{min}$$

in der Praxis für Verbrennung mehr Luft nötig

- $l = \lambda\, l_{min}$
- Luftverhältnis $\lambda > 1$
- typische Werte bei 1.1 (Ölbrenner) bis 1.6 (Kohle)
- Luftüberschuss := $\lambda - 1$

- Verbrennungsgasmenge:

  Anteile v_i für Abgaskomponenten in kmol/kg Brennstoff

  bei CO_2 und SO_2 einfach aus Brennstoff

$$v_{CO2} = \frac{\mu_C}{12} \frac{\mathrm{kmol\,CO_2}}{\mathrm{kg\,B}}$$
$$v_{SO2} = \frac{\mu_S}{32} \frac{\mathrm{kmol\,SO_2}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  Sauerstoff aus zugeführter Luft

$$v_{O2} = 0.21(\lambda - 1) l_{min} \frac{\mathrm{kmol\,O_2}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  Stickstoff aus Brennstoff und Luft

$$v_{N2} = \frac{\mu_N}{28} + 0.79 \lambda l_{min} \frac{\mathrm{kmol\,N_2}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  Wasser aus Wasser- und Wasserstoffgehalt des Brennstoffs und aus Luftfeuchtigkeit der Zuluft

$$v_{H2O} = \frac{\mu_H}{2} + \frac{\mu_W}{18} + w_l \lambda l_{min} \frac{\mathrm{kmol\,H_2O}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  gesamte trockene Verbrennungsgasmenge (ohne Wasser)

$$v_t = v_{CO2} + v_{SO2} + v_{N2} + v_{O2}$$

  (feuchte) Verbrennungsgasmenge

$$v_f = v_t + v_{H2O}$$

  Mindestverbrennungsgasmenge: Wert für $\lambda = 1$

Verbrennungsenthalpie

- Freiwerdende Energie bei Verbrennung:

  vollständige Verbrennung angenommen

  spezifisch (bezogen auf Masse des Brennstoffs)

  abhängig von
  - Brennstoff
  - Temperaturen von Brennstoff, Zuluft und Verbrennungsgas
  - Zustand der Verbrennungsprodukte (z.B. gasförmig oder flüssig)
  - Prozessführung (isobar oder isochor)

  durch verschiedene Normen beschrieben

- Heizwert und Brennwert:

  Heizwert H_u (nach DIN 5499)
  - bei t_0 = 25 °C für Brennstoff, Brennluft und Abgas
  - Wasser dampfförmig
  - CO_2 und SO_2 gasförmig
  - keine Stickoxide

  Brennwert H_o
  - wie Heizwert, aber Wasser flüssig

  Zusammenhang

$$H_o = H_u + \frac{m_{\mathrm{H2OimAbgas}}}{m_B} r$$

  Werte tabelliert

  Näherungsformel für feste und flüssige Brennstoffe

$$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s + 6.3\mu_n - 9.8\mu_o - 2.5\mu_w)\ \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  Näherungsformel für gasförmige Brennstoffe

$$H_u = (283y_{CO} + 242y_{H2} + 803y_{CH4} + 1429y_{C2H6} + 2043y_{C3H8} + \ldots)\ \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kmol\,B}}$$

- Abhängigkeit von der Temperatur:

  Temperaturen t_L und t_V von Luft und Abgas

  Temperatur t_B des Brennstoffs

  damit auf m_B bezogene Enthalpie h' vor Verbrennung

$$\begin{aligned} h' &= \frac{m_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L \frac{n_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L l \overline{c}_{p,L}\big|_{0°C}^{t_L} t_L + H_u + \overline{c}_{p,B}\big|_{0°C}^{t_B} t_B \end{aligned}$$

  (Bezugspunkt: $h_L = h_B = 0$ bei 0 °C)

Enthalpie h'' nach der Verbrennung

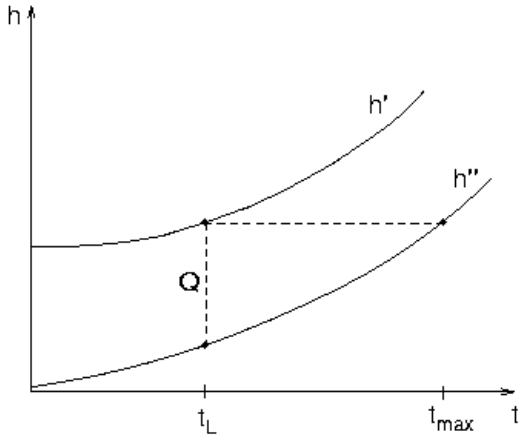
$$\begin{aligned} h'' &= \frac{m_V}{m_B} h_V \\ &= M_V v_f \bar{c}_{p,V}|_{0°C}^{t_V} t_V \end{aligned}$$

(Bezugspunkt: $h_V = 0$ bei 0 °C)

- Freiwerdende Wärme:

  Wärme pro Brennstoffmasse aus Enthalpiedifferenz

  $|Q|/m_B = h' - h''$



  wenn t_V kleiner als Taupunkt →
  - Wasser kondensiert
  - zusätzliche Verdampfungsenthalpie r wird frei

- **Adiabate Verbrennungstemperatur** t_{max}:

  keine Wärmeabfuhr → maximale Temperatur des Verbrennungsgases

  t_{max} ergibt sich aus Enthalpiebilanz

  $h'(t_L) = h''(t_{max})$

  im Bild durch waagerechte Linie

  genauer: Dissipation der Moleküle berücksichtigen

  → t_{max} ist kleiner

- Aufgaben:

  Aufgabe 6

  Aufgabe 7

Wärmeübertragung

- Übersicht
- Wärmeleitung
- Wärmeströmung
- Wärmestrahlung

Übersicht

- Räumliche Temperaturunterschiede:

  Wärme fliesst vom warmen zum kalten Objekt

  Temperatur ändert sich zeitlich

  ohne äußere Wärmezufuhr Temperaturausgleich

- Mechanismen des Wärmetransports:

  Wärmeleitung
  - ruhende Materie
  - molekulare Wechselwirkung benachbarter Teilchen
  - Beispiel: durch eine Hauswand

  Wärmeströmung (**Konvektion**)
  - bewegte Materie (**Fluide** = Gase oder Flüssigkeiten)
  - Wärme mit Strömung transportiert
  - erzwungene Strömung: z.B. in Heizungsrohren
  - freie Strömung: z.B. aufsteigende Luft am Heizkörper

  Wärmestrahlung
  - Transport durch elektromagnetische Strahlung
  - kein Medium erforderlich
  - Beispiel: Sonneneinstrahlung auf die Erde

Wärmeleitung

- Gesetz von Fourier:

  Ursache: räumlicher Temperaturgradient dT/dx

  Wirkung: Wärmestromdichte $\dot{q}$

  $$\dot{q} = \frac{Wärmeenergie}{Zeit \cdot Fläche}$$

  Beobachtung von Fourier
  - Wärmestromdichte und Temperaturgradient sind proportional

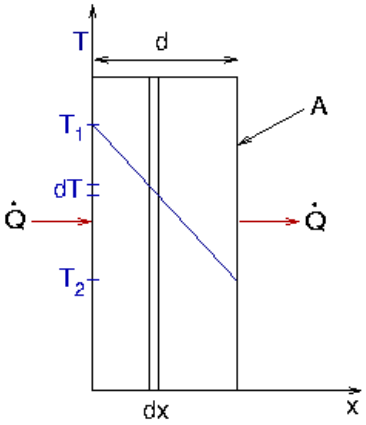
  $$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

  Wärmeleitfähigkeit λ
  - Materialkonstante, tabelliert
  - Einheit W/(K m)
  - genauer: abhängig von p und auch T

  Vorzeichen
  - Wärme fliesst entgegen dem Temperaturgradienten (von warm nach kalt)

- Wärmeleitung durch ebene Wand:

  homogene Wand der Fläche A und Dicke d



  Temperaturverteilung zeitlich konstant

  Temperaturen T_1, T_2 an linker und rechter Seite

  durch Wand hindurchtretender Wärmestrom

  $\dot{Q} = A\,\dot{q}$

  an jedem Wandquerschnitt x konstant

  Gesetz von Fourier →

  $$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} = \text{const.}$$

  Lösung: T nimmt linear mit x ab

  $$T(x) = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} x + C$$

Randbedingung $T(0) = T_1 \Rightarrow C = T_1$

Randbedingung $T(d) = T_2 \Rightarrow$

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{d}x + T_1$$

Vergleich liefert Wärmestrom

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d}$$

- Gekrümmte Wände:

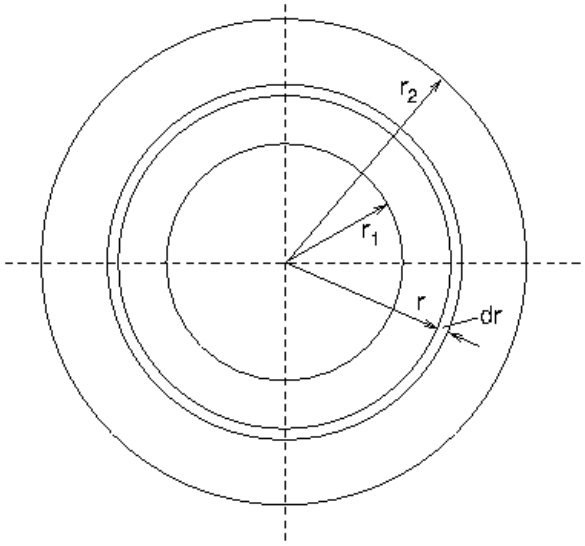
  geringe Krümmung → näherungsweise eben rechnen

  Zylinder- oder Kugeloberfläche
  - aus Differentialgleichung in Zylinder- oder Kugelkoordinaten
  - einfacher aus Konstanz des Wärmestroms durch gesamte Oberfläche im Abstand r

$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

- Wärmestrom durch ein Rohr:

  Zylinderwand mit Innenradius r_1, Außenradius r_2, Länge l



mit Oberfläche $A(r) = 2\,\pi\, r\, l$ wird

$$\dot{Q} = -\lambda 2\pi l r \frac{dT}{dr}$$

mit $\dot{Q}$ = const. integrieren von r_1 bis r ⇒

$$T(r) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r}{r_1}$$

Wärmestrom aus Randbedingung $T(r_2) = T_2 \Rightarrow$

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)}$$

analoge Rechnung für Kugelwand

- **Wärmewiderstand**:

  Analogie zum elektrischen Stromkreis

  - Potenzialdifferenz U ≙ Temperaturdifferenz T_1 - T_2
  - Strom I ≙ Wärmestrom $\dot{Q}$
  - Ohmsches Gesetz R = U / I ≙ $R_{th} = (T_1 - T_2)/\dot{Q}$

  daher Definition des Wärmewiderstands

  $$R_{th} = (T_1 - T_2)/\dot{Q}$$

  bei ebener Wand

  $$R_{th} = d/(\lambda A)$$

  bei Zylinderwand

  $$R_{th} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l \lambda}$$

- Mehrschichtige Wand:

  Wärmestrom durch Wand aus Schichten mit unterschiedlichem λ

  Thermischer Widerstand der Wand als "Reihenschaltung" der Einzelwiderstände

  $$R_{th} = \sum_i R_{th,i}$$

  daraus gesamter Wärmestrom durch die Wand gemäß

  $$\dot{Q} = (T_1 - T_2)/R_{th}$$

- Aufgaben:

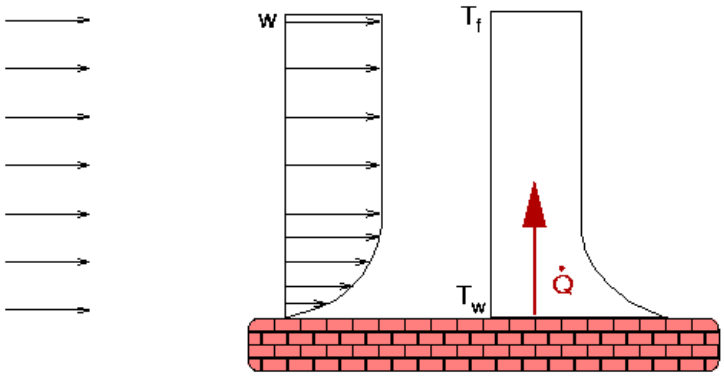
  Aufgabe 8

  Aufgabe 9

Wärmeströmung

- Konvektiver Wärmeübergang:

  Wärmeaustausch zwischen strömendem Fluid und fester Wand



  Geschwindigkeit des Fluids sinkt von Außengeschwindigkeit w in dünner Schicht bis 0 an der Wand (**Haftbedingung**)

  Temperatur im Fluid ändert sich von T_f bis zu T_w an der Wand

  Newtonsches Abkühlungsgesetz (analog zum Gesetz von Fourier)

  $\dot{q} = \alpha (T_w - T_f)$

  Wärmeübergangskoeffizient α hängt ab von
  - Stoffeigenschaften von Wand und Fluid
  - Wandgeometrie
  - Strömungsverhältnissen

  direkte Berechnung von α sehr schwierig

- Ähnlichkeitsgesetze:

  Elimieren der Einheiten aus Grundgleichungen und Einführung einheitenloser Kennzahlen

  gleiche Kennzahlen → gleiche Lösungen

  erlaubt Übertragbarkeit von Ergebnissen auf ähnliche Situationen, z.B.
  - andere Abmessungen (bei gleicher Geometrie)
  - andere Strömungsgeschwindigkeit
  - andere Stoffgrößen (z.B. Wärmeleitfähigkeit)

  empirisch oder theoretisch bestimmte Beziehungen mit Kennzahlen ausdrücken

  grundlegendes Vorgehen vor allem bei Strömungen

- Wichtige Kennzahlen:

  Nußelt-Zahl
  - $Nu := \alpha L / \lambda$
  - L: charakteristische Länge
  - hier die gesuchte Größe (liefert α !)

  Reynolds-Zahl
  - $Re := w L / \nu$
  - ν: kinematische Viskosität ("Zähigkeit" des Fluids)

- wichtigste Kennzahl für Strömungen
- charakterisiert Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung
- wichtig bei erzwungener Konvektion

Prandtl-Zahl

- $Pr := \nu / a$
- $a = \lambda/(\rho\, c_p)$: **Temperaturleitfähigkeit**

Rayleigh-Zahl

- $Ra := g\, \gamma\, L^3\, \Delta T/(\nu\, a)$
- $g = 9.81\ m/s^2$: Erdbeschleunigung
- γ: Volumen-Ausdehnungskoeffizient
- wichtig bei freier Konvektion

- Beziehungen zwischen Kennzahlen:

  bei erzwungener Konvektion
  - $Nu = f(Re, Pr)$

  bei freier Konvektion
  - $Nu = f(Ra, Pr)$

  f abhängig vom konkreten Problem

  für viele praktische Fälle tabelliert

  aus Messungen oder Näherungsrechnungen gewonnen

  häufig nur für bestimmte Bereiche gültig (kleines Re, Intervall für Pr, ...)

- Flüssigkeitsdurchströmtes Rohr:

  Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen
  - mittlere Strömungsgeschwindigkeit w im Rohr
  - Mittelwert T_f aus Eintritts- und Austrittstemperatur
  - Wert für λ bei $(T_f + T_w)/2$ nehmen
  - Rohrdurchmesser L

  weitere Größen
  - Rohrlänge h
  - Prandtl-Zahl Pr_f, Pr_w der Flüssigkeit bei T_f, T_w

  Beziehungen
  - für $Re \leq 2300$ und $Re\, Pr_f\, L/h = 0.1 \ldots 10^4$

$$\mathrm{Nu} = \sqrt[3]{49 + 4.17 \mathrm{Re}\, \mathrm{Pr}_f \frac{L}{h}} \left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0.11}$$

  - für $Re = 2300 \ldots 10^6$ und $Pr_f = 0.5 \ldots 1.5$

$$\mathrm{Nu} = 0.0214(\mathrm{Re}^{0.8} - 100)\mathrm{Pr}_f{}^{0.4} \left[1 + \left(\frac{L}{h}\right)^{2/3}\right] \left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0.11}$$

  - für $Re = 2300 \ldots 10^6$ und $Pr_f = 1.5 \ldots 500$

$$\mathrm{Nu} = 0.012(\mathrm{Re}^{0.87} - 280)\mathrm{Pr}_f{}^{0.4}\left[1 + \left(\frac{L}{h}\right)^{2/3}\right]\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0.11}$$

- Freie Strömung an senkrechter Wand:

  Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen
  - Wandhöhe L
  - γ bei T_f
  - Stoffwerte bei $T = (T_f + T_w)/2$

  Beziehung für $\mathrm{Pr} \geq 0.001$, $\mathrm{Ra} = 0.1 .. 10^{12}$, $\mathrm{Nu} > 2$

$$\begin{aligned} f_1 &:= \left[1 + \left(\frac{0.492}{\mathrm{Pr}}\right)^{9/16}\right]^{-16/9} \\ \mathrm{Nu} &= \left(0.825 + 0.387(\mathrm{Ra} f_1)^{1/6}\right)^2 \end{aligned}$$

- Allgemeine Eigenschaften:

  Nu (und damit α) wächst mit Pr

  Pr-Zahlen bei Flüssigkeiten größer als bei Gasen → besserer Wärmeübergang bei Flüssigkeiten

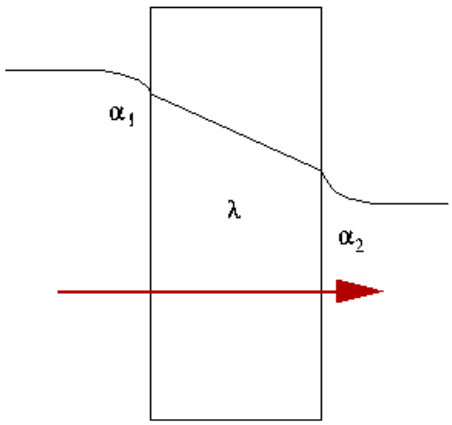
  Nu wächst mit Re

  besserer Wärmeübergang bei höherer Geschwindigkeit (Turbulenz!)

  aber: größere Reibung → höhere Druckverluste

- Wärmedurchgang:

  Wärme geht von Fluid durch eine Wand auf anderes Fluid



  konvektiver Temperaturabfall an Fluid-Wand-Schicht wirkt wie thermischer Widerstand

  $R_K = 1/(\alpha A)$

  liegt "in Reihe" zu den thermischen Widerständen der Wandschichten

  damit genauere Berechnung des Wärmestroms durch eine Wand

- Aufgaben:

  Aufgabe 10

Aufgabe 11

Wärmestrahlung

- Mechanismus der Wärmestrahlung:

  innere Energie bei Temperatur T

  Bewegungs-, Rotations- und Vibrationszustände der Moleküle

  Anregung z.B. durch Stöße
  - → spontane Emission
  - → Abstrahlung von der Oberfläche

  Wellenlängen i.w. im Infrarot- und optischen Bereich

  an der Oberfläche abgestrahlte Energie pro Zeit, Oberfläche und Wellenlängenbereich

  $$I(\lambda, T) = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche} \cdot \text{Wellenlängenbereich}}$$

  gesamte abgestrahlte Energiestromdichte

  $$\dot{q}(T) = \int_0^\infty I(\lambda, T)\, d\lambda$$

- Emission und Absorption:

  auf Oberfläche fallende Energie wird absorbiert, reflektiert oder durchgelassen

  Anteile a, r, d mit

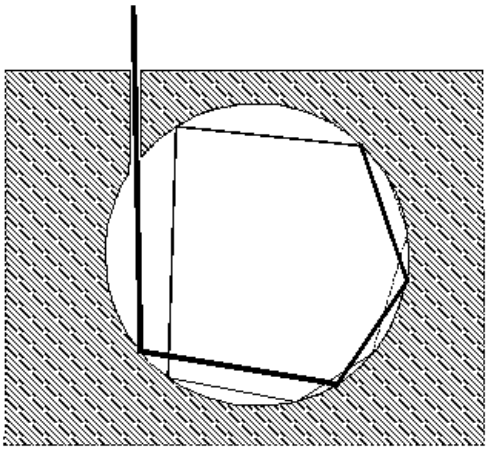
  $$a + r + d = 1$$

  i.a. von der Wellenlänge abhängig $a = a(\lambda)$ etc.

- Schwarzer Körper:

  alle einfallende Strahlung wird absorbiert ($a = 1$)

  Modell: kleine Öffnung vor großem absorbierenden Hohlraum



  näherungsweise bei matt-schwarzen Oberflächen

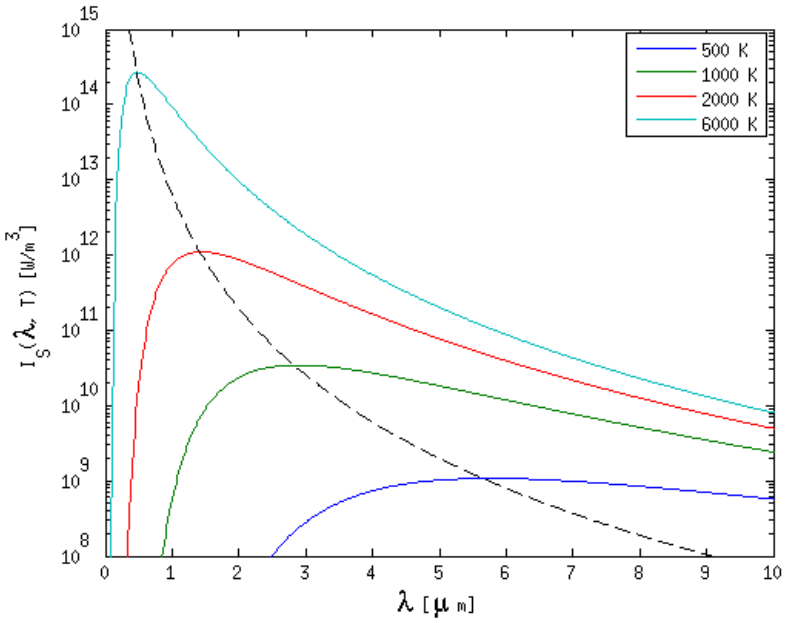
  Idealvorstellung des Wärmestrahlers

- Strahlungsintensität des Schwarzen Körpers:

  gegeben durch **Plancksches Strahlungsgesetz**

  $$I_S(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(e^{hc/\lambda k_B T} - 1\right)^{-1}$$

graphisch



Erinnerung an Quantenmechanik

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} = \frac{hf}{k_B T} = \frac{E_{\text{Photon}}}{k_B T}$$

Maximum der Kurve bei

λ_{max} = b / T (**Wiensches Verschiebungsgesetz**)

b = 2898 µm K

Konsequenzen

- bei niedrigen Temperaturen Strahlung im IR-Bereich
- höhere Temperaturen → rotglühend
- ganz heiss → auch kleinere Wellenlängen → weissglühend

gesamter abgestrahlter Wärmestrom

$\dot{q}_S(T) = \sigma T^4$ (**Stefan-Boltzmann-Gesetz**)

$\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2 K^4)

- Reale Körper:

Emission I niedriger als beim Schwarzen Körper

Emissionsvermögen ε_λ bei Wellenlänge λ

$$\epsilon_\lambda(\lambda, T) := \frac{I(\lambda, T)}{I_S(\lambda, T)}$$

Kirchhoffsches Gesetz

$a(\lambda) = \varepsilon_\lambda(\lambda)$

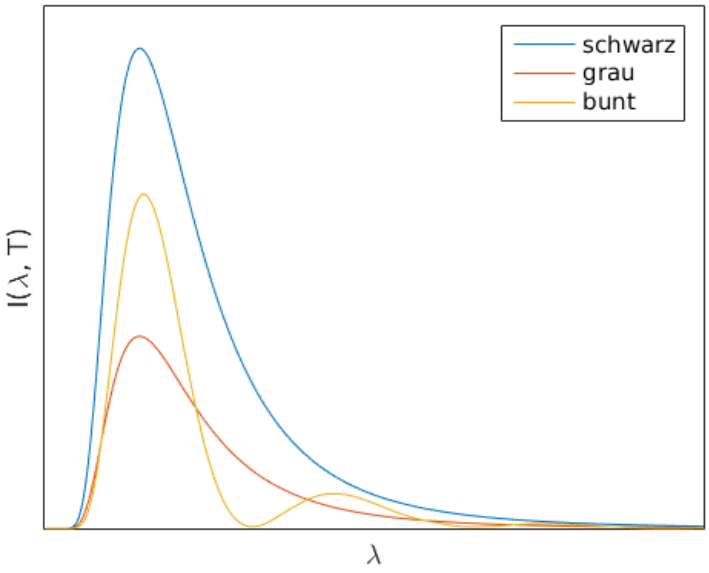
grauer Körper

- ε nicht von λ abhängig
- alle Spektralbereiche werden gleichmäßig absorbiert

beliebiger Körper

- frequenzabhängige Absorption

- frequenzabhängige Absorption
- Rest (reflektierte Strahlung) gibt Oberflächenfarbe



mittlerer Emissionsgrad

$$\begin{aligned}\epsilon(T) &:= \frac{\dot{q}(T)}{\dot{q}_S(T)} \\ &= \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda(\lambda,T) I_S(\lambda,T)\, d\lambda}{\sigma T^4}\end{aligned}$$

einige Werte

Oberfläche	**T [°C]**	**ε**
schwarzer matter Lack	80	0.970
Ziegelstein	20	0.93
Buchenholz	70	0.935
Eisen, stark verrostet	19	0.685
Eisen, blank, geschmirgelt	20	0.24
Kupfer, poliert	20	0.030

- Wärmeaustausch zwischen Oberflächen:

  Zwei Körper mit Temperaturen T_1, T_2 bestrahlen sich gegenseitig

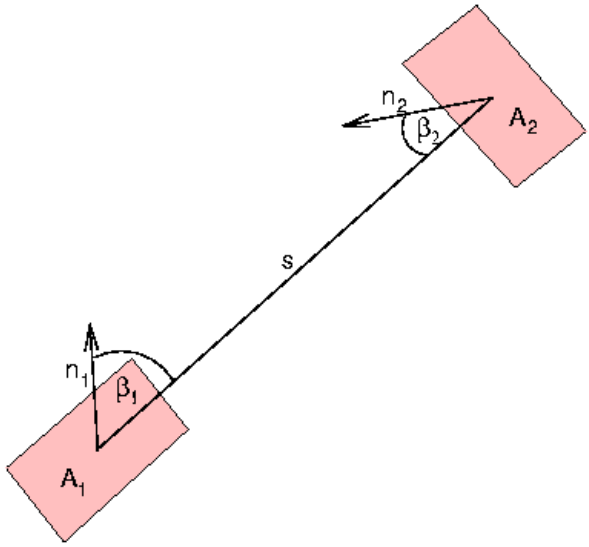
  Netto-Wärmestrom (von 1 zu 2)

  $$\dot{Q}_{12} = C_{12} A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

  Faktor C_{12} (**Strahlungsaustauschzahl**) berücksichtigt Geometrie und Emissionsvermögen der Körper

  $$C_{12} = \sigma \epsilon_1 \epsilon_2 \frac{\varphi_{12}}{1 - (1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)\varphi_{12}^2 A_1/A_2}$$

  Einstrahlzahl φ_{12} durch Geometrie gegeben



$$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{s^2} \, dA_2 \, dA_1$$

anschaulich:

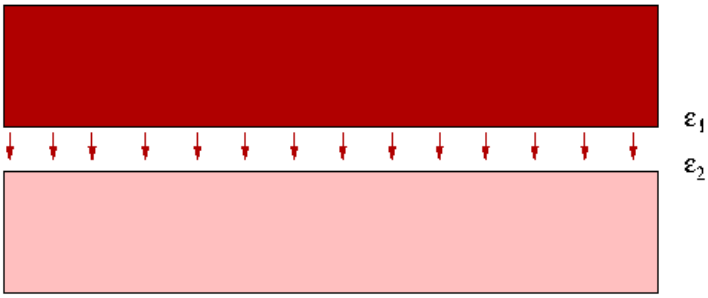
- Sendefläche erscheint um Faktor cos β_1 kleiner
- Empfängerfläche erscheint um Faktor cos β_2 kleiner

- Berechnung der Strahlungsaustauschzahl:

  i.a. aufwändig (Doppelintegral!)

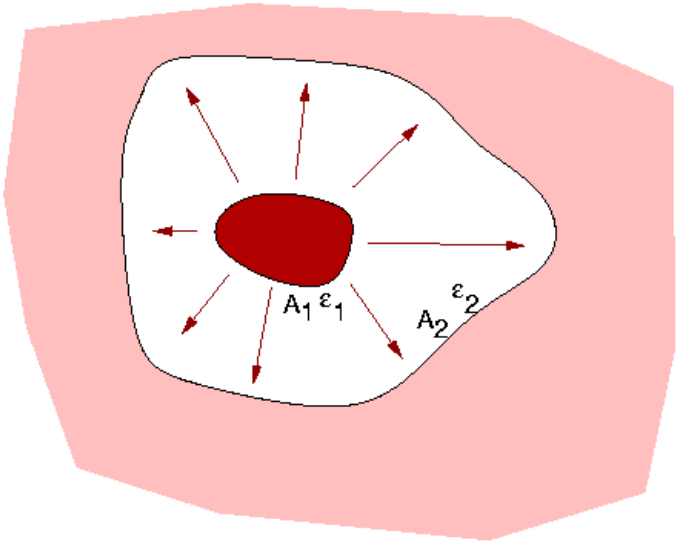
  für einige Anwendungsfälle tabelliert

  bei dicht benachbarten parallelen Wänden



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

bei vollständig umschlossener Fläche



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)}$$

Grenzfall $A_2 >> A_1 \rightarrow$

$C_{12} = \sigma\ \varepsilon_1$

Abstrahlung von A_1 in den freien Raum

- Aufgaben:

  Aufgabe 12

  Aufgabe 13

Aufgaben

- Aufgabe 1
- Aufgabe 2
- Aufgabe 3
- Aufgabe 4
- Aufgabe 5
- Aufgabe 6
- Aufgabe 7
- Aufgabe 8
- Aufgabe 9
- Aufgabe 10
- Aufgabe 11
- Aufgabe 12
- Aufgabe 13

Aufgabe 1

- Das Abgas eines Verbrennungsmotors enthält 78.4 % Stickstoff, 6.8 % Sauerstoff, 12.7 % Kohlendioxid und 2.1 % Kohlenmonoxid, jeweils in Massenanteilen.

  a. Welche Dichte hat das Abgas bei einer Temperatur von 250 °C und einem Druck von 0.953 bar?

  b. Wie groß ist seine Molmasse ?

- Lösung

Aufgabe 2

- Ein Druckbehälter enthält ein Gemisch aus 0.368 kg Stickstoff und 0.514 kg Kohlendioxid bei 0 °C und einem Druck von 15.4 bar. Durch elektrische Heizung steigt die Temperatur auf 800 °C.

  a. Wie groß sind die Massen- und Molanteile der Komponenten ?

  b. Welche Molmasse und welche Gaskonstante hat das Gemisch ?

  c. Welches Volumen hat der Behälter ?

  d. Wie groß ist der Druck nach der Erwärmung ?

  e. Welche Wärme wurde dem Gemisch zugeführt ?

- Lösung

Aufgabe 3

- In einem Trockner werden 10 t/h Getreide getrocknet, wobei ein verdunstender Wasserdampfstrom von 500 kg/h durch Luft abzuführen ist. Dazu wird Außenluft mit 15 °C, 70 % relativer Luftfeuchte und einem Druck von p = 1.013 bar angesaugt und in einem Lufterhitzer auf 80 °C erwärmt. Die Abluft verlässt den Trockner mit 29 °C und 90 % relativer Luftfeuchtigkeit bei gleichem Druck. Wie groß ist der Volumenstrom der anzusaugenden (feuchten) Luft?

- Lösung

Aufgabe 4

- Ein Außenluftstrom von 7.23 kg (trockene) Luft/s, φ_1 = 80% und p = 1.013 bar soll (isobar) von 5 °C auf 20 °C erwärmt werden.
  a. Wie groß ist die relative Luftfeuchte der erwärmten Luft?
  b. Wie groß sind die spezifischen Enthalpien h_{1+x} für beide Zustände?
  c. Welche Wärmeleistung wird benötigt?
- Lösen Sie die Aufgabe zunächst durch Ablesen am h,x-Diagramm, dann durch explizite Rechnung.
- Lösung

Aufgabe 5

- In einer Mischkammer mischen sich 40 Prozent Außenluft von 20 °C und 40 % relativer Luftfeuchtigkeit mit 60 Prozent Umluft von 50 °C und 80 % Luftfeuchtigkeit isobar (bei Normdruck, Verhältnis bezogen auf Massen trockener Luft). Bestimmen Sie für die Mischluft die Temperatur, relative Feuchte, Enthalpie und Feuchtegehalt

  a. mit dem h,x-Diagramm,

  b. rechnerisch mit linearer Interpolation,

  c. mit Matlab und WATER95.

- Lösung

Aufgabe 6

- Heizöl, bestehend aus 84.4 % C, 11.7 % H und 3.9 % S (Massenanteile), wird mit feuchter Luft von 1 bar, 25 °C und 60 % relativer Feuchte bei 15 % Luftüberschuss vollständig verbrannt.

  Wie groß sind

  a. der Luftbedarf (feucht)

  b. die prozentuale Zusammensetzung und Gesamtmenge des Verbrennungsgases ?

- Geben Sie alle Mengen als m^3/kg Brennstoff an, wobei das Volumen bei Normbedingungen gemeint ist und Abweichungen vom idealen Gas vernachlässigt werden.

- Lösung

Aufgabe 7

- Bei der Verbrennung von Heizöl wie in Aufgabe 6 wird die Abluft nur auf 90 °C herabgekühlt.
  a. Wie groß ist die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme ?
  b. Welchen Wert erreicht die adiabatische Verbrennungstemperatur ?
- Werte:

  spez. Wärmekapazität des Heizöls $c_{p,B}$ = 1.88 kJ/(kg K)
- Lösung

Aufgabe 8

- Wie groß ist der Wärmeverluststrom durch den 20 mm starken Zylinderdeckel eines wassergekühlten Verbrennungsmotors mit 200 mm Zylinderinnendurchmesser, wenn der Deckel als Halbkugel angenommen wird?
- Werte:

  Innentemperatur T_1 = 165 °C

  Außentemperatur T_2 = 150 °C

  Wärmeleitfähigkeit λ = 40 W/(K m)
- Lösung

Aufgabe 9

- Die Außenwand eines Hauses bestehe aus zwei Schichten Ziegeln mit jeweils 10 cm Dicke sowie einer isolierenden Schicht aus Glaswolle der Dicke 3 cm.

  a. Wie groß ist der durch eine Wandfläche von 16 m^2 durchtretende Wärmestrom bei 20 °C Innen- und 0 °C Außentemperatur ?

  b. Welche Temperaturen haben die beiden Grenzschichten?

- Werte für die Wärmeleitfähigkeit:

  Ziegelmauerwerk: 0.76 W/(K m)

  Glaswolle: 0.046 W/(K m)

- Lösung

Aufgabe 10

- Wasser mit 100 °C mittlerer Temperatur (zwischen Ein- und Austritt) wird in einem 3 m langen Rohr mit 22 mm Innendurchmesser bei mittlerer Wandtemperatur von 60 °C gekühlt. Es wird mit 1.2 m/s durch das Rohr gepumpt.

  a. Wie groß ist der Wärmeübergangskoeffizient ?

  b. Welcher Wärmestrom fliesst durch die Rohrwand ?

- Werte für Wasser:

  Viskosität v:

  - $0.294 \cdot 10^{-6}$ m^2/s (bei 100 °C)
  - $0.478 \cdot 10^{-6}$ m^2/s (bei 60 °C)

  Temperaturleitfähigkeit a:

  - $0.169 \cdot 10^{-6}$ m^2/s (bei 100 °C)
  - $0.159 \cdot 10^{-6}$ m^2/s (bei 60 °C)

  Wärmeleitfähigkeit λ:

  - 0.666 W/(K m) (bei 80 °C)

- Lösung

Aufgabe 11

- Wiederholen Sie Aufgabe 9, berücksichtigen Sie dabei aber den Temperaturabfall an den Luft-Mauer-Schichten.
- Werte:

  $\alpha(\text{Luft - Mauer}) = 6.2\ \text{W/(K m}^2)$

- Lösung

Aufgabe 12

- Zwei jeweils 2 m^2 große Wände mit den Emissionsgraden $\varepsilon_1 = 0.6$, $\varepsilon_2 = 0.9$ und den Temperaturen $T_1 = 1000$ K, $T_2 = 300$ K, stehen sich parallel gegenüber.

  a. Welcher Wärmestrom fliesst zwischen ihnen?

  b. Wie stark wird der Wärmestrom reduziert, wenn eine dünne Strahlungsschutzwand mit $\varepsilon_3 = 0.1$ dazwischengebracht wird, die auf beiden Seiten die gleiche Temperatur hat?

- Lösung

Aufgabe 13

- Aufgrund der Sonneneinstrahlung erreicht die Erde ein Wärmestrom von $\dot{q}_E$ = 1.37 kW/m^2. Wie groß ist die Oberflächentemperatur der Sonne?
- Werte:

  Abstand Sonne - Erde (Mittelpunkte) $r_{ES} = 149.6 \cdot 10^9$ m

  Radius der Sonne $r_S = 696 \cdot 10^6$ m
- Lösung

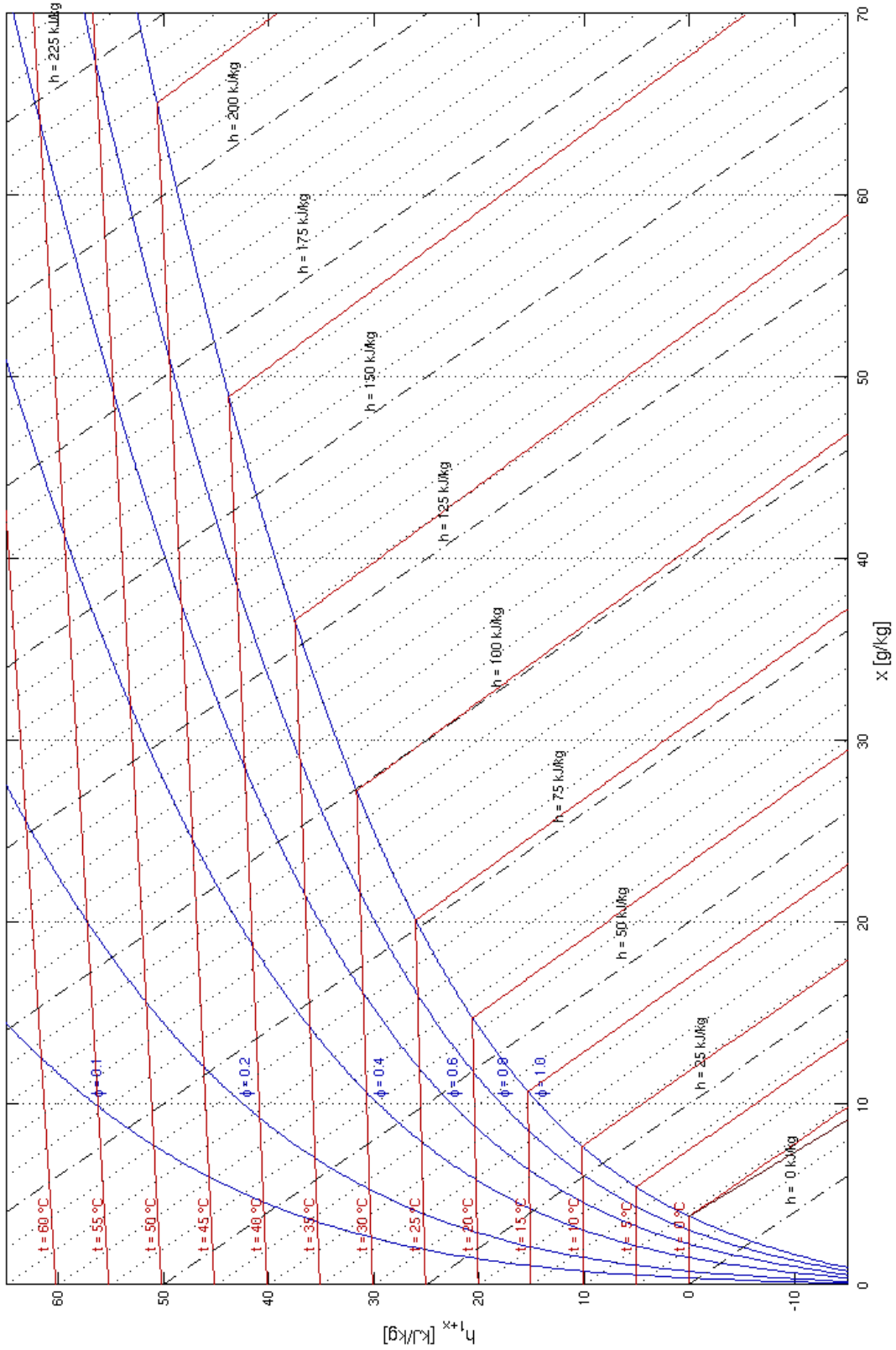
Anhang

- Tabellen
- Applets
- Matlab-Beispiele
- Literatur
- Nachweise

Tabellen

- h,x-Diagramm von Mollier

h,x-Diagramm von Mollier



Applets

- Wärmewiderstand
- Wärmedurchgang

Matlab-Beispiele

- exercise5.m
- exercise7.m

exercise5.m

```
% Loesung von Aufgabe 5
% gegebene Werte
t1 = 20;  % in C
t2 = 50;
phi1 = 0.4;   % rel. Feuchte
phi2 = 0.8;
q = 2/3;      % Massenverhaeltnis
p = 1.01325e5;  % Normdruck

%% a: Diagramm
x1 = 0.0059;
h1 = 35.5e3;
x2 = 0.0674;
h3 = 225e3;

x3 = (q*x1 + x2)/(1+q)

%% b: Berechnen
% Feuchtegrade x1, x2
ps1 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t1))
x1 = 0.6219*phi1*ps1/(p - phi1*ps1)

ps2 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t2))
x2 = 0.6219*phi2*ps2/(p - phi2*ps2)

% Bestimmung des Feuchtegrads x3
x3 = (q*x1 + x2)/(1 + q)

% spezifische Enthalpien
cp_luft = 1004;  % in J/(kg K)
cp_dampf = 1860;  % in J/(kg K)
r0 = 2500.9e3;  % in J/kg

h1 = cp_luft*t1 + x1*(r0 + cp_dampf*t1) % in J/kg
h2 = cp_luft*t2 + x2*(r0 + cp_dampf*t2)

h3 = (q*h1 + h2)/(1 + q)

% Mischungstemperatur
t3 = (h3 - x3*r0)/(cp_luft + x3*cp_dampf)

% Berechnung von phi3
ps3 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t3))
phi3 = p/ps3 * x3/(x3 + 0.6219)
```

```
% Loesung von Aufgabe 7

% gegebene Werte
t_b = 25;  % in Grad Celsius
t_l = 25;
t_v = 90;
mu_c = 0.844;
mu_h = 0.117;
mu_s = 0.039;

% Werte aus Aufgabe 6
l = 0.5627;   % in kmol L/kg B
v_f = 0.5920; % in kmol V/kg B

% Heizwert
h_u = (34.0*mu_c + 101.6*mu_h + 19.1*mu_s)*1000  % in kJ/kg B

% Molmase der Luft aus Tabelle
m_l = 28.966;    % in kg/kmol

% spez. Waermekapazitaet in kJ/(kg K)
cp_b = 1.88;  % Heizoel, angegeben
cp_l = 1.005; % Luft, aus Tabelle

% damit Enthalpie vor Verbrennung
h1 = m_l*l*cp_l*t_l + h_u + cp_b*t_b

% Molmasse des Verbrennungsgases
% Reihenfolge im Vektor: CO2 SO2 H2O N2 O2
% Mol-Anteile aus Aufgabe 6
y_vi = [0.118816, 0.002059, 0.116884, 0.736698, 0.025543];
% Molmassen
m_vi = [44, 64, 18, 28, 32];
m_v = y_vi * m_vi'

% spez. Waermekapazitaet des Verbrennungsgases
% Massenanteile
mu_i = m_vi .* y_vi / m_v
% cp der Komponenten bei 90 C durch lineare Interpolation
cp_i0 = [0.8169, 0.6092, 1.858, 1.039, 0.915];  % bei 0 Grad
cp_i1 = [0.8673, 0.6355, 1.871, 1.039, 0.9227]; % bei 100 Grad
cp_i = cp_i0 + 0.9*(cp_i1-cp_i0);               % bei 90 Grad
% cp des Gemischs
cp_v = cp_i * mu_i'

% damit Enthalpie nach Verbrennung
h2 = m_v * v_f * cp_v * t_v

% freiwerdende Waerme
q = h1 - h2 % in kJ/kg
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Berechnung von t_max
% Grundproblem: cp bis t_max geht ein, also raten, iterieren, ..
% allerdings: Berechnung von cp aus Tabellen muss automatisiert werden!

% bis auf cp(t_max) sind alle Groessen bekannt

% im Moment ist nur cp(t_v) bekannt, damit erhaelt man
t_max = h1/(m_v * v_f * cp_v)
% Ergebnis: 2298 Grad -> iterieren!

% zunaechst Tabelle der cp_s der Komponenten einlesen
load 'cp.dat';
T = cp(:,1);
CP = cp(:,2:end);

% Schaetzwert fuer t in Grad Celsius
t_neu = 90;
t_alt = 0;     % dummy fuer die Schleife

% wiederhole, bis sich der t-Wert nicht mehr aendert
while abs(t_alt - t_neu) > 0.1,
  t_alt = t_neu;
  cp_i = interp1(T, CP, t_alt, 'spline'); %  cp der Komponenten
  cp_v = cp_i * mu_i';      % cp des Gemischs in kJ/(kg K)
  % damit neuer t-Wert
  t_neu = h1/(m_v * v_f * cp_v)
end
```

Literatur

- Cerbe, Hoffmann: Einführung in die Thermodynamik
  Carl Hanser, 12. Aufl. 1999, ISBN: 3-446-21110-1

- Langeheinecke, Jany, Sapper: Thermodynamik für Ingenieure
  Vieweg, 2. Aufl. 1999, ISBN 3-528-14785-7

Nachweise

- Tabellen:

Tabellen-Nr	Herkunft
1	[1]

Lösung von Aufgabe 1

a. Dichte des Abgases:

Die Gesamtdichte erhält man aus den Dichten der Komponenten nach

$$\frac{1}{\rho_g} = \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i}$$

Die Einzeldichten bei gleichem p und T ergeben sich aus

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} = \frac{p}{R_i T} = \frac{pM_i}{RT}$$

Mit der Gaskonstanten R = 8.315 J/(mol K) und den Molmassen

Gas	**Molmasse [kg/kmol]**
N_2	28.01
O_2	32.00
CO_2	44.01
CO	28.01

erhält man mit den angegebenen Werten für p und T

Gas	**Dichte [kg/m^3]**
N_2	0.6136
O_2	0.7011
CO_2	0.9642
CO	0.6136

Die Gesamtdichte des Abgases ist daher

ρ = 0.6491 kg/m^3

b. Molmasse des Gemischs:

erhält man sofort aus

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \\ \Rightarrow \quad M_g &= 29.63\,\mathrm{kg/kmol} \end{aligned}$$

Lösung von Aufgabe 2

a. Massen- und Molanteile:

Gesamtmasse

$m_g = m_{N2} + m_{CO2} = 0.882$ kg

Massenanteile daher

$\mu_{N2} = m_{N2}/m_g = 0.4172$

$\mu_{CO2} = m_{CO2}/m_g = 0.5828$

Stoffmengen

$n_{N2} = m_{N2} / M_{N2} = 13.14$ mol

$n_{CO2} = m_{CO2} / M_{CO2} = 11.68$ mol

damit Molanteile

$y_{N2} = 0.5294$

$y_{CO2} = 0.4706$

b. Gaskonstante und Molmasse:

Molmasse aus den Molmassen der Komponenten

$$M_g = \sum_i M_i y_i = 35.54\,\mathrm{kg/kmol}$$

Gaskonstante dann

$$R_g = \frac{R}{M_g} = 233.9\,\mathrm{J/(kg\,K)}$$

c. Volumen:

Aus der Gasgleichung für das Gemisch

$p_1 V_g = m_g R_g T_1$

erhält man mit den bisherigen Ergebnissen sofort

$V_g = m_g R_g T_1 / p_1 = 3.660 \cdot 10^{-2}\ m^3$

d. Druck nach der Erwärmung:

Die Zustandsänderung erfolgt isochor, daher

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 60.50\,\mathrm{bar}$$

e. Zugeführte Wärme:

Isobare spezifische Wärmekapazitäten aus Tabelle

$$\begin{aligned} c_{p,N2}\big|_{0°C}^{800°C} &= 1.096\,\mathrm{kJ/(kg\,K)} \\ c_{p,CO2}\big|_{0°C}^{800°C} &= 1.0875\,\mathrm{kJ/(kg\,K)} \end{aligned}$$

Die Wärmekapazität des Gemischs erhält man aus

$$c_{p,g} = \sum_i \mu_i c_{p,i} = 1.091\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$$

Damit ist

$$c_{v,\,g} = c_{p,g} - R_i = 857.1\ \mathrm{kJ}$$

Die zugeführte Wärmemenge ist also

$$Q_{12} = m_g c_{V,g}(T_2 - T_1) = 604.8\,\mathrm{kJ}$$

Lösung von Aufgabe 3

- Feuchtegehalt bestimmt sich aus

$$x = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S}$$

- Für die Ansaugluft ist der Sättigungsdruck (durch lineare Interpolation aus der Dampfdruck-Tabelle)

  p_S(15 °C) = 0.0171 bar

- Damit erhält man den Feuchtegehalt

  x_1 = 0.00742

  Er bleibt bei der Erwärmung natürlich konstant.

- Für die Abluft erhält man analog

  p_S(29 °C) = 0.0401 bar

  x_2 = 0.0230

- Bei Luftmassenstrom $\dot{m}_L$ der trockenen Luft wird die folgende Dampfmenge abgeführt

$$\Delta \dot{m}_d = \dot{m}_L (x_2 - x_1)$$

  Für den gewünschten Wert $\Delta \dot{m}_d$ = 500 kg/h also

$$\dot{m}_L = \frac{\Delta \dot{m}_d}{x_2 - x_1} = 3.21 \cdot 10^4 \, \mathrm{kg/h}$$

- Volumen der feuchten Luft = Volumen der trockenen Luft bei ihrem Partialdruck, also

$$\dot{V}_g = \frac{\dot{m}_L R_L T_1}{p - \varphi_1 p_S(T_1)} = 2.66 \cdot 10^4 \, \mathrm{m^3/h}$$

Lösung von Aufgabe 4

- Ablesen aus dem h,x-Diagramm

  Zustand 1 als Schnittpunkt von φ = 0.8 und t = 5 °C →

  $(h_{1+x})_1$ = 16 kJ/kg

  x = 0.0042

  Zustand 2 bei gleichem x und t = 20 °C →

  $(h_{1+x})_2$ = 31 kJ/kg

  φ_2 = 0.3

  Wärmeleistung damit

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 \left((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1 \right) = 108.5\,\mathrm{kW}$$

a. rechnerische Bestimmung von φ_2 :

  Dampfdruck bei Zustand 1 (Interpolation aus Tabelle)

  p_S(5°C) = 0.00873 bar

  damit Feuchtegehalt

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00432$$

  bei Zustand 2 $x_2 = x_1$, Dampfdruck

  p_S(20 °C) = 0.0234 bar

  Auflösen der x-φ-Beziehung →

$$\varphi_2 = \frac{p}{p_S(t_2)} \frac{x_2}{x_2 + M_W/M_L} = 0.298$$

b. spezifische Enthalpien:

  Für φ < 1 war

$$h_{1+x} = c_{p,L}\, t + x(r_{0^\circ C} + c_{p,D}\, t)$$

  mit den Tabellenwerten der Konstanten erhält man

  $(h_{1+x})_1$ = 15.85 kJ/kg

  $(h_{1+x})_2$ = 31.03 kJ/kg

c. Wärmeleistung:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 \left((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1 \right) = 109.8\,\mathrm{kW}$$

Lösung von Aufgabe 5

- gegebene Werte:

  t_1 = 20 °C, φ_1 = 0.4

  t_2 = 50 °C, φ2 = 0.8

  q := $\dot{m}_{L1}/\dot{m}_{L2}$ = 2/3

a. Ablesen aus dem h,x-Diagramm:

   Zustandsgrößen der einzelnen Luftströme

   x_1 = 0.0059, h_1 = 35.5 kJ/kg

   x_2 = 0.0674, h_2 = 225 kJ/kg

   Feuchtegehalt x_3 der Mischluft

$$\frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3} = q$$

$$\Rightarrow \qquad x_3 = \frac{q x_1 + x_2}{1 + q} = 0.0428$$

   Mischzustand aus Schnittpunkt von x_3-Wert und Verbindungsstrecke der Zustände 1 und 2 →

   h_3 = 148 kJ/kg

   t_3 = 38 °C

   φ_3 = 0.93

b. Berechnung der Werte mit linearer Interpolation:

   Dampfdrücke aus Tabelle durch lineare Interpolation →

   $p_S(t_1)$ = 0.0234 bar

   $p_S(t_2)$ = 0.124 bar

   Bestimmung von x_1 und x_2

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00580$$

   analog

   x_2 = 0.0672

   Daraus Feuchtegehalt wie in a)

   x_3 = 0.0426

   Enthalpien aus

$$h_{1+x} = c_{p,L}\, t + x(r_{0°C} + c_{p,D}\, t)$$

   damit

   $(h_{1+x})_1$ = 34.8 kJ/kg

$(h_{1+x})_2$ = 224.5 kJ/kg

Enthalpie des Gemischs aus

$$\frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} = q$$

$$\Rightarrow \qquad (h_{1+x})_3 = \frac{q(h_{1+x})_1 + (h_{1+x})_2}{1+q} = 148.6\,\mathrm{kJ/kg}$$

Temperatur des Gemischs durch Auflösung der Enthalpieformel →

$$t_3 = \frac{(h_{1+x})_3 - x_3 r_{0°C}}{c_{p,L} + x_3 c_{p,D}} = 38.76\,°\mathrm{C}$$

zugehöriger Dampfdruck

$p_S(t_3)$ = 0.0691 bar

relative Luftfeuchtigkeit damit

$$\varphi_3 = \frac{p}{p_S(t_3)} \frac{x_3}{x_3 + M_W/M_L} = 0.941$$

c. Bestimmung mit Matlab und WATER95:

komplette Rechnung mit dem Matlab-Skript exercise5.m

Lösung von Aufgabe 6

a. Luftbedarf:

gesamter Bedarf an (feuchter) Luft ist

$l = \lambda\,(1 + w_l)\,l_{min}$

trockener Mindestluftbedarf

$$l_{min} = \frac{1}{0.21}\left(\frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32}\right)\frac{\mathrm{kmol\,L}}{\mathrm{kg\,B}} = 0.480\,\frac{\mathrm{kmol\,L}}{\mathrm{kg\,B}}$$

Sättigungsdruck bei 25 °C aus Tabelle

$p_S = 0.0317$ bar

damit molarer Feuchtegehalt

$$w_l = \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} = 0.0194\,\frac{\mathrm{kmol\,W}}{\mathrm{kmol\,L}}$$

insgesamt

$$l = 0.563\,\frac{\mathrm{kmol\,L}}{\mathrm{kg\,B}}$$

mit dem Normvolumen

$V_{mn} = 22.4\ \mathrm{m^3/kmol}$

ist dies

$$l_V = l\,V_{mn} = 12.6\,\frac{\mathrm{m^3\,L}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Verbrennungsgas:

Mengen der Verbrennungsbestandteile aus den Beziehungen für die jeweilige Gassorte

Gas	v_{Gas} [kmol/kg B]	Molanteil [%]
CO_2	0.0703	11.9
SO_2	0.00122	0.2
H_2O	0.0692	11.7
N_2	0.436	73.7
O_2	0.0151	2.6

Gesamtmenge an Verbrennungsgas

$$v_f = \sum_i v_i = 0.592\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{kg\,B}} \mathrel{\hat{=}} 13.26\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg\,B}}$$

Lösung von Aufgabe 7

a. Freiwerdende Wärme:

- Zunächst h' und h'' berechnen. Dazu sind einige weitere Größen nötig.

  Heizwert nach der empirischen Heizwert-Formel

  $$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s) = 41.3\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg\,B}}$$

  einige benötigte Tabellenwerte

  Molmasse der Luft M_L = 28.966 kg/kmol

  spez. Wärmekapazität von Luft bei 25 °C $c_{p,L}$ = 1.005 kJ/(kg K)

  Wert für Luftmenge aus Aufgabe 6

  l = 0.5627 kmol L/kg B

- damit Enthalpie vor der Verbrennung

  $$h' = M_L l \bar{c}_{p,L}|_{0^\circ C}^{t_L} t_L + H_u + \bar{c}_{p,B}|_{0^\circ C}^{t_B} t_B = 41.78\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Molmasse des Verbrennungsgases aus den Molanteilen y_i nach Aufgabe 6

  $$M_V = \sum_i y_i M_i = 28.91\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$$

- Die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität des Verbrennungsgases geschieht am einfachsten über die Massenanteile. Diese erhält man aus den Molanteilen über

  $$\mu_i = \sum_i M_i y_i / M_V$$

  zu

Gas	CO_2	SO_2	H_2O	N_2	O_2
μ_i	0.1808	0.0046	0.0728	0.7135	0.0283

- Aus den Tabellen werden die c_p-Werte bei 90 °C für alle Komponenten durch Interpolation bestimmt. Daraus erhält man die gesamte Wärmekapazität

  $$c_{p,V} = \sum_i c_{p,i}\mu_i = 1.062\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$$

- Mit der Verbrennungsgasmenge aus Aufgabe 6

  v_f = 0.592 kmol/kg B

  erhält man auch die Enthalpie nach der Verbrennung

  $$h'' = M_V v_f \bar{c}_{p,V}|_{0^\circ C}^{t_V} t_V = 1.636\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Daraus ergibt sich sofort die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme

  $$\frac{|Q|}{m_B} = h' - h'' = 40.15\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg\,B}}$$

- Berechnung der adiabatischen Verbrennungstemperatur:
  - Setzt man in die Beziehung

    $h'(t_L) = h''(t_{max})$

    die entsprechenden Formeln für h' und h'' ein, sieht man, dass die Wärmekapazität $c_{p,V}$ bei der unbekannten Temperatur t_{max} zu nehmen ist. Hier hilft grundsätzlich ein Iterieren der Beziehung

    $$t_{max} = \frac{h'}{M_V v_f \bar{c}_{p,V}|_{0°C}^{t_{max}}}$$

  - Zur Berechnung eines neuen $c_{p,V}$-Wertes sind jedesmal Werte für c_p aller Komponenten durch Interpolation aus den Tabellen zu ermitteln. Mittels eines kleinen Matlab-Programm können alle Berechnungen dieser Aufgabe bequem durchgeführt werden.
  - Nach 6 Iterationen erhält man auf 5 Dezimalen (also viel genauer als die Tabellenwerte)

    t_{max} = 1911.1 °C

Lösung von Aufgabe 8

- Wärmestrom Q_K durch eine (ganze) Hohlkugel aus

$$\dot{Q} = -\lambda A(r)\frac{dT}{dr}$$

- Mit $A(r) = 4\,\pi\, r^2$ folgt

$$\dot{Q}_K = -4\pi\lambda r^2 \frac{dT}{dr}$$

- Integration von r_1 bis r_2 liefert

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_2} dT &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} \\ \Rightarrow \quad T_2 - T_1 &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \\ \Rightarrow \quad \dot{Q}_K &= 4\pi\lambda\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}} = 4524\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

- Wärmestrom durch Halbkugel halb so groß

  $\dot{Q} = \dot{Q}_K/2 = 2262$ W

Lösung von Aufgabe 9

a. Wärmestrom:

Wärmewiderstände der einzelnen Schichten erhält man sofort aus

$R_{th,i} = d/(\lambda_i A) \Rightarrow$

$R_{th,1} = 0.0408$ K/W

$R_{th,2} = 0.0082$ K/W

Der Gesamtwiderstand ergibt sich als Summe zu

$R_{th} = 0.0572$ K/W

Der Wärmestrom ist daher

$\dot{Q} = (T_1 - T_2)/R_{th} = 349.6$ W

b. Temperaturen an den Grenzschichten:

Der Wärmestrom $\dot{Q}$ geht durch die erste Wärmeschicht und erzeugt dort einen Temperaturabfall von

$t_a - t_1 = -\dot{Q}\, R_{th,1} = -2.875$ K

$\Rightarrow t_a = 17.125$ °C

Mit dieser Anfangstemperatur erhält man genauso die Temperatur an der zweiten Grenzschicht

$t_b = 2.875$ °C

Lösung von Aufgabe 10

- Die Reynoldszahl ist

  $Re = w\ L/v = 89796$

- Die Prandtlzahl benötigt man bei Fluid- und Wandtemperatur

  $Pr_f = 1.74$

  $Pr_w = 3.01$

- Für diese Werte muss die dritte angegebene Formel für die Nußeltzahl verwendet werden. Sie ergibt sich damit zu

  $Nu = 294.2$

- Der Wärmeleitkoeffizient ist somit

  $\alpha = Nu\ \lambda/L = 8910\ W/(K\ m^2)$

- Damit und mit der Rohroberfläche erhält man den Wärmestrom

  $\dot{Q} = \alpha\ (T_w - T_f)\ \pi\ L\ h = -73.9\ kW$

Lösung von Aufgabe 11

- Wärmewiderstand der Grenzschicht

  $R_k = 1/(\alpha\ A) = 0.0101$ K/W

- Gesamtwiderstand erhöht sich gegenüber Aufgabe 9 um $2*R_k$, also

  $R_{th} = 0.0774$

- Der Wärmestrom verringert sich damit auf

  $\dot{Q} = 258.5$ W

- Zur Berechnung der Temperaturen an den Grenzschichten bildet man die "kumulierte Summe" R_{sum} der Einzelwiderstände, d.h. $R_{sum,i}$ ist die Summe der nach Schicht i liegenden Widerstände:

  $R_{th,i}$ = [0.0101 0.0082 0.0408 0.0082 0.0101] K/W

  $R_{sum,i}$ = [0.0101 0.0183 0.0591 0.0673 0.0774] K/W

- Die Temperatur an der i-ten Grenzschicht ist dann einfach durch den Gesamtwiderstand der vorhergehenden Schichten gegeben:

  $T_i = T_1 - \dot{Q} * R_{sum,i}$ = [17.39 15.27 4.73 2.61 0.00] °C

Lösung von Aufgabe 12

a. Wärmestrom zwischen den Wänden:

Strahlungsaustauschfaktor

$$C_{12} = \frac{\sigma}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = 3.19 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$$

Wärmestrom damit

$$\dot{Q} = C_{12}A(T_1^4 - T_2^4) = 63.3\,\mathrm{kW}$$

b. Wärmestrom bei Zwischenwand:

Strahlungsaustauschfaktoren zur Zwischenwand

$C_{13} = 5.32 \cdot 10^{-9}$ W/(m^2 K^4)

$C_{32} = 5.61 \cdot 10^{-9}$ W/(m^2 K^4)

Wärmestrom von Wand 1 zum Schirm

$$\dot{Q}_{13} = C_{13}A(T_1^4 - T_3^4)$$

Wärmestrom vom Schirm zur Wand 2

$$\dot{Q}_{32} = C_{32}A(T_3^4 - T_2^4)$$

im Gleichgewicht sind beide Wärmeströme gleich →

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{C_{13}T_1^4 + C_{32}T_2^4}{C_{13} + C_{32}}} = 837\,\mathrm{K}$$

reduzierter Wärmestrom damit

$\dot{Q}_r = 5.41$ kW $= 8.56\% \cdot \dot{Q}$

Lösung von Aufgabe 13

- Wärmestrom durch Kugel um Sonne mit Radius r_{ES}

$$\dot{Q} = 4\pi r_{ES}^2 \dot{q}_E$$

- Wärmestromdichte an Sonnenoberfläche daher

$$\dot{q}_S = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_s^2} = \dot{q}_E \left(\frac{r_{SE}}{r_S}\right)^2 = 6.329 \cdot 10^7 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

- aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt damit die Temperatur

$$T = \sqrt[4]{\frac{\dot{q}_S}{\sigma}} = 5780\,\mathrm{K}$$