

- ☀ Gemische
- ☀ Verbrennung
- ☀ Wärmeübertragung
- ☀ Aufgaben
- ☀ Anhang

Peter Junglas 27. 6. 2013

Inhaltsverzeichnis

Übersicht

- Gemische
 - Beschreibung von Gemischen
 - Gemische idealer Gase
 - Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
 - Enthalpie feuchter Luft
- Verbrennung
 - Brennstoffe
 - Verbrennungsrechnung
 - Verbrennungsenthalpie
- Wärmeübertragung
 - Übersicht
 - Wärmeleitung
 - Wärmeströmung
 - Wärmestrahlung
- Aufgaben
 - Aufgabe 1
 - Lösung von Aufgabe 1
 - Aufgabe 2
 - Lösung von Aufgabe 2
 - Aufgabe 3
 - Lösung von Aufgabe 3
 - Aufgabe 4
 - Lösung von Aufgabe 4
 - Aufgabe 5
 - Lösung von Aufgabe 5
 - Aufgabe 6
 - Lösung von Aufgabe 6
 - Aufgabe 7
 - Lösung von Aufgabe 7
 - Aufgabe 8
 - Lösung von Aufgabe 8
 - Aufgabe 9
 - Lösung von Aufgabe 9
 - Aufgabe 10
 - Lösung von Aufgabe 10
 - Aufgabe 11
 - Lösung von Aufgabe 11
 - Aufgabe 12
 - Lösung von Aufgabe 12
 - Aufgabe 13
 - Lösung von Aufgabe 13
- Anhang
 - Tabellen
 - h,x -Diagramm von Mollier
 - Applets
 - Matlab-Beispiele
 - exercise5.m
 - exercise7.m
 - Nachweise

- Beschreibung von Gemischen
- Gemische idealer Gase
- Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
- Enthalpie feuchter Luft

- Gemisch:

Mischung mehrerer homogener Stoffe (**Komponenten**)

selbst homogen (häufig bei Gasen) oder inhomogen (etwa bei Wasser und Luft)

keine chemischen Reaktionen zwischen Komponenten

u.U. Mischungseffekte wie Volumenkontraktion

- Anteile der Komponenten:

Gesamtmasse

$$m_g = \sum_i m_i$$

mit Masse m_i von Komponente i

Massenanteil μ_i

$$\mu_i := m_i/m_g$$

natürlich gilt

$$\sum_i \mu_i = 1$$

analog **Molanteil** y_i

$$y_i := n_i/n_g$$

- Molmasse M_g des Gemischs:

definiert als

$$M_g := m_g/n_g$$

bestimmbar aus den Molanteilen

$$\begin{aligned} M_g &= \sum_i \frac{m_i}{n_g} \\ &= \sum_i \frac{m_i n_i}{n_i n_g} \\ &= \sum_i M_i y_i \end{aligned}$$

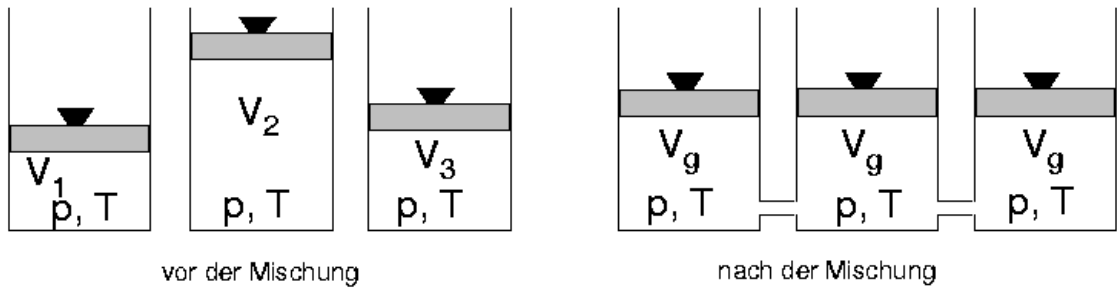
bestimmbar aus den Massenanteilen

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \frac{n_g}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i m_i}{m_i m_g} \\ &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \end{aligned}$$

- Ideales Gemisch:

keine Wechselwirkung zwischen Komponenten
bei gleichem p und T addieren sich die Volumina

$$V_g = \sum_i V_i$$



gut erfüllt bei vielen Gasen
meistens schlecht bei Flüssigkeiten

Gemische idealer Gase

- Zustandsgleichung des Gemischs:

ideale Gasgleichung der Komponenten vor der Mischung

$$p V_i = n_i R T = m_i R_i T$$

nach der Mischung p und T gleich

Addition der Gleichungen \rightarrow

$$\begin{aligned} pV_g &= \sum_i pV_i \\ &= \sum_i m_i R_i T \\ &= \sum_i \mu_i m_g R_i T \\ &= m_g R_g T \end{aligned}$$

mit Gaskonstante des Gemischs

$$R_g = \sum_i \mu_i R_i$$

- **Partialdruck** p_i :

Komponente i nach Mischung auf Gesamtvolumen V_g verteilt

übt Teildruck (Partialdruck) p_i aus mit

$$p_i = \frac{n_i RT}{V_g}$$

Gesamtdruck p erfüllt

$$\begin{aligned} p &= \frac{n_g RT}{V_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i RT}{V_g} \\ &= \sum_i p_i \end{aligned}$$

Division liefert

$$\frac{p_i}{p} = \frac{n_i}{n_g} = y_i$$

- Volumen und Dichte:

Volumenanteil r_i

$$r_i := \frac{V_i}{V_g}$$

durch Molanteil gegeben wegen

$$\begin{aligned}
 r_i &= \frac{pV_i}{pV_g} \\
 &= \frac{n_i RT}{n_g RT} \\
 &= \frac{n_i}{n_g} \\
 &= y_i
 \end{aligned}$$

Dichte des Gemischs

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \rho_i^*$$

mit den Partialdichten ρ_i^*

aus den Massenanteilen bestimmt zu

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho_g} &= \frac{V_g}{m_g} \\
 &= \sum_i \frac{V_i}{m_g} \\
 &= \sum_i \frac{V_i}{m_i} \frac{m_i}{m_g} \\
 &= \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i}
 \end{aligned}$$

mit den Dichten ρ_i bei gleichem p und T

mit der Gasgleichung für die Komponenten

$$p_i V_g = n_i R T = m_i R_i T$$

gilt außerdem

$$\rho_g = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \frac{p_i}{R_i T}$$

- Extensive Größen Z_i :

z.B. Enthalpie H , Wärmekapazitäten C_p , C_v

addieren sich im Gemisch

$$Z_g = \sum_i Z_i$$

nicht Entropie (s.u.)

bezogen auf Massen

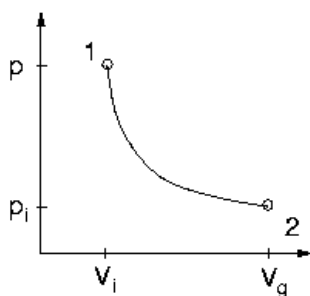
$$\begin{aligned}
z_g &= \frac{Z_g}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{Z_i}{m_g} \\
&= \sum_i \frac{Z_i m_i}{m_i m_g} \\
&= \sum_i \mu_i z_i
\end{aligned}$$

analog für molare Größen

$$Z_{m,g} = \sum_i y_i Z_{m,i}$$

- Entropie des Gemischs:

Komponente i wird bei Mischung adiabatisch entspannt



irreversibler, isothermer Prozess (Diffusion)

Dissipationsenergie

$$\begin{aligned}
W_{diss,i} &= -W_{V12} \\
&= \int_1^2 p dV = \int_1^2 n_i RT \frac{dV}{V} \\
&= -n_i RT \ln \frac{V_i}{V_g} = -n_i RT \ln r_i \\
&= -n_i RT \ln y_i
\end{aligned}$$

zugehörige Zunahme der Entropie

$$\Delta S_i = \frac{W_{diss,i}}{T} = -n_i R \ln y_i > 0$$

Mischungsentropie über alle Komponenten

$$S_{Mi} = -R \sum_i n_i \ln y_i$$

Gesamtentropie des Gemischs

$$S_g = \sum_i S_i + S_{Mi}$$

- Aufgaben:

Aufgabe 1

Aufgabe 2

Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen



- Gas-Dampf-Gemisch:

Gasphase

- homogenes Gas oder Gasgemisch
- wird als ein ideales Gas behandelt
- i.f. immer Luft
- Größen mit Index L ("Luft")

Dampfphase

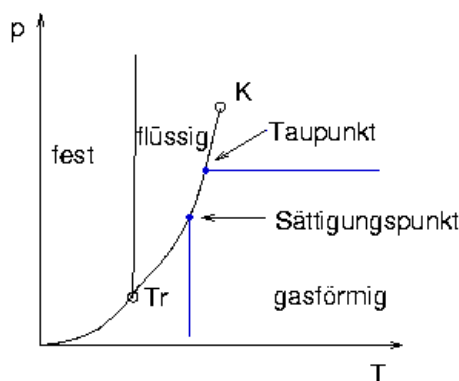
- Komponente, die gasförmig oder flüssig (u.U. auch fest) sein kann
- häufig mit geringem Partialdruck
- → im gasförmigem Zustand als ideales Gas beschreibbar
- i.f. immer Wasser (in allen Aggregatzuständen)
- Größen mit Index W ("Wasser")

Gemisch wird hier ideal angenommen

gute Näherung für feuchte Luft bei nicht zu großen Drücken

- **Dampfdruckkurve** $p_S(T)$:

Grenzkurve zwischen flüssiger und gasförmiger Phase



auch als **Sättigungskurve** bezeichnet

beschreibt maximalen Anteil von Dampf

- Dampfanteil steigt
- → Partialdruck p_W^* steigt
- → Sättigungsdruck wird überschritten
- → Wasser kondensiert

beschreibt **Taupunkt**

- Temperatur sinkt
- → zugehöriger Sättigungsdruck p_S wird kleiner
- → Partialdruck überschreitet p_S
- → Wasser kondensiert (Taupunkt)
- → Nebelbildung

endet am Tripelpunkt

- bei Wasser etwa bei 0 °C
- darunter Eisbildung statt Nebelbildung

Dampfdruck-Tabelle für Wasserdampf

- Dampf-Sättigungszustände:

ungesättigter Zustand

- $p_W^* < p_S$

gesättigter Zustand

- $p_W^* = p_S$
- Kondensat vorhanden

übersättigter Zustand

- $p_W^* > p_S$
- instabil
- möglich bei Fehlen von Kondensationskeimen

- **relative Feuchte φ**

Verhältnis von Dampfdruck zu Sättigungsdruck

$$\varphi := p_W^* / p_S$$

meistens in Prozent angegeben

relativ gut messbar (Hygrometer)

- **Feuchtegehalt x**

Verhältnis von Wassermasse zu (trockener) Luftmasse

$$x := m_W / m_L$$

Bezug auf trockene Luft nützlich z.B. in der Klimatechnik

bestimmbar aus p , $p_S(T)$ und φ mittels

$$\begin{aligned} x &= \frac{m_W}{m_L} \\ &= \frac{M_W n_W}{M_L n_L} \\ &= \frac{M_W y_W}{M_L y_L} \\ &= \frac{M_W}{M_L} \frac{p_W^*}{p - p_W^*} \\ &= \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} \\ &\approx 0.6219 \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} \end{aligned}$$

bei gesättigtem Zustand ($\varphi = 1$)

$$x_S = 0.6219 \frac{p_S}{p - p_S}$$

- Dichte ρ feuchter Luft:

ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
\rho &= \frac{p_L^*}{R_L T} + \frac{p_W^*}{R_W T} \\
&= \frac{1}{RT} (p_L^* M_L + p_W^* M_W) \\
&= \frac{M_L}{RT} \left(p_L^* + \frac{M_W}{M_L} p_W^* \right) \\
&= \frac{M_L}{RT} \left(p - \varphi p_s + \frac{M_W}{M_L} \varphi p_s \right) \\
&= \frac{p M_L}{RT} \left(1 - \left(1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi \frac{p_s}{p} \right) \\
&= \rho_L \left(1 - \left(1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi \frac{p_s}{p} \right) \\
&\approx \rho_L \left(1 - 0.3781 \varphi \frac{p_s}{p} \right)
\end{aligned}$$

feuchte Luft ist (spezifisch) leichter als trockene Luft

- Spezifisches Volumen:

normale Definition für das Luft-Wasser-Gemisch

$$v = \frac{V}{m_L + m_W} = \frac{1}{\rho}$$

bezogen auf trockene Luft (analog zu x)

$$v_{1+x} = \frac{V}{m_L}$$

Zusammenhang beider Größen

$$\begin{aligned}
v_{1+x} &= \frac{m_L + m_W}{m_L} \frac{V}{m_L + m_W} \\
&= (1 + x)v
\end{aligned}$$

- Aufgaben:

Aufgabe 3

- Spezifische Enthalpien:

für die Komponenten

$$h_W = H_W/m_W$$

$$h_L = H_L/m_L$$

für das Gemisch

$$h = \frac{H}{m} = \frac{H_L + H_W}{m_L + m_W}$$

bezogen auf trockene Luft

$$h_{1+x} = \frac{H}{m_L} = h_L + x h_W$$

- Berechnung der spezifischen Enthalpie:

- allgemein für ideales Gas

$$dh = c_p dT$$

im praktisch relevanten Bereich c_p nahezu temperaturunabhängig (für Luft, Dampf, Wasser, Eis)

- für trockene Luft

Bezugspunkt $h_L(t = 0 \text{ °C}) = 0 \rightarrow$

$$h_L = c_{p,L} t$$

- Bezugspunkt bei Wasser

siedendes Wasser am Tripelpunkt ($\approx 0 \text{ °C}$)

$$h_W(t = 0 \text{ °C}) = 0$$

Enthalpie für Wasserdampf

$$h_D = r_0 \text{ °C} + c_{p,D} t$$

mit Verdampfungsenthalpie r

bei Kondensatbildung ($x > x_S$)

Anteil $x - x_S$

flüssiges Wasser $h_W = c_{p,W} t$

bei Kondensatbildung unterhalb 0 °C

Anteil $x - x_S$ Eis

$$h_E = -\sigma_0 \text{ °C} + c_{p,E} t$$

mit Schmelzenthalpie σ

- zusammengefasst

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0^\circ C} + c_{p,D} t) \quad \text{bei } \varphi < 1 \text{ bzw. } x < x_S$$

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x_S(r_{0^\circ C} + c_{p,D} t) + (x - x_S)c_{p,W} t \quad \text{bei } x \geq x_S, t \geq 0^\circ C$$

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x_S(r_{0^\circ C} + c_{p,D} t) + (x - x_S)(-\sigma_{0^\circ C} + c_{p,E} t) \quad \text{bei } x \geq x_S, t < 0^\circ C$$

- benötigte Stoffgrößen

Stoff	c_p [kJ/(kg K)]
Luft	1.004
Dampf	1.86
Wasser	4.19
Eis	2.04

$$r_{0^\circ C} = 2500.9 \text{ kJ/kg}$$

$$\sigma_{0^\circ C} = 333.5 \text{ kJ/kg}$$

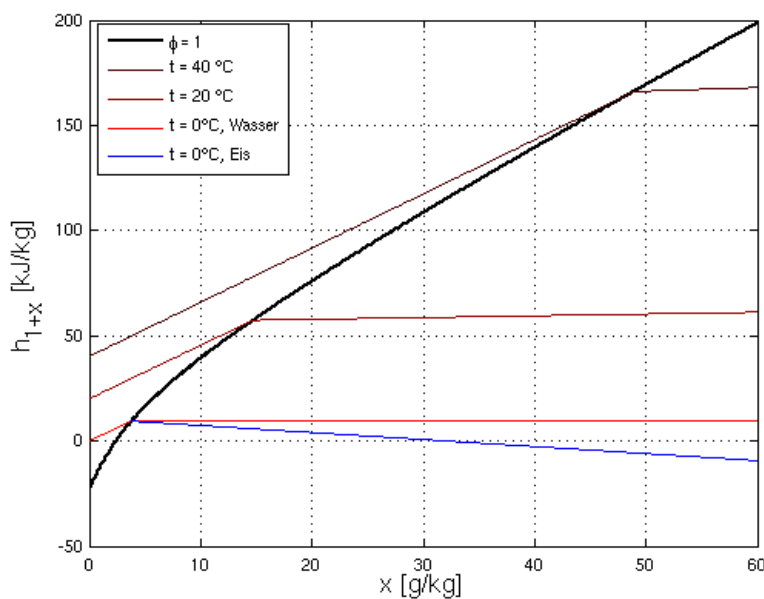
- h, x -Diagramm von Mollier:

Darstellung isobarer Zustandsänderungen von feuchter Luft

Enthalpie h_{1+x} über Feuchtegehalt x

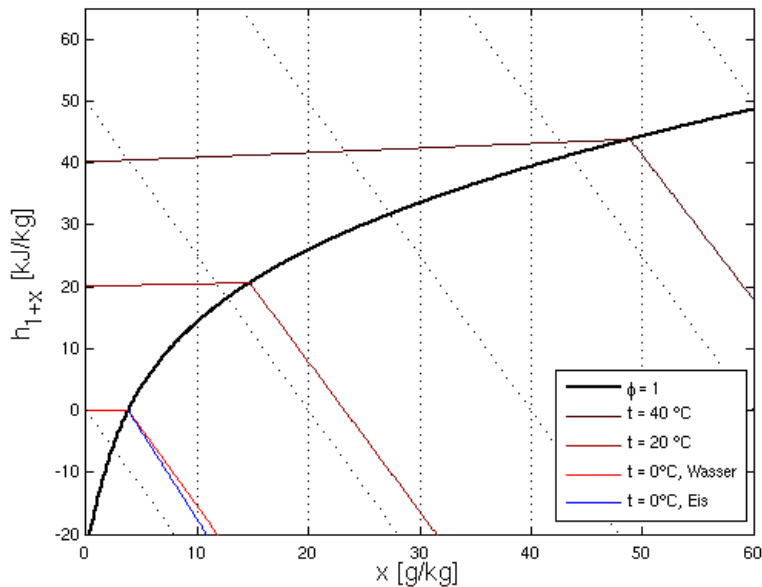
h stückweise lineare Funktion von x (bei Isothermen)

Knick jeweils bei $\varphi = 1$ (Sättigungslinie)



zur besseren Darstellung schiefwinkliges Diagramm

- x -Achse nach unten gedreht,
- Winkel so, dass $t=0^\circ C$ horizontal für $\varphi < 1$
- Parallelen zur x -Achse = Linien mit konstantem h_{1+x}

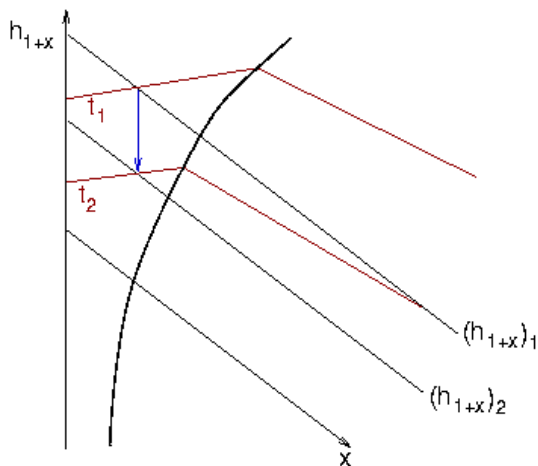


Sättigungslinie vom Druck abhängig → Diagramm nur für einen Druck gültig
 genaueres Diagramm im [Anhang](#)

- Abkühlung feuchter Luft ohne Kondensation:

betrachte isobaren Abkühlung, ohne Wasserzu- oder Abfuhr
 keine Kondensation → $x = \text{const.}$

Enthalpiedifferenz direkt aus h-x-Diagramm



abzuführender Wärmestrom

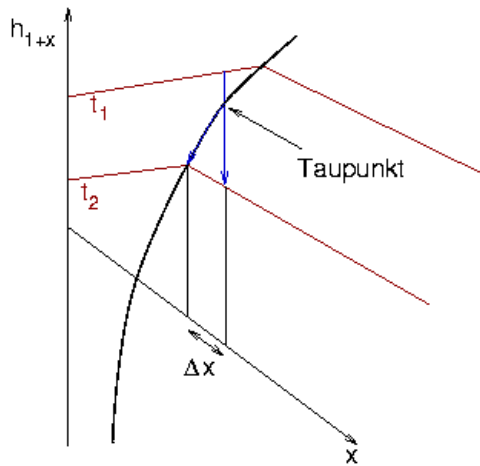
$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_L [(h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1]$$

- Abkühlung feuchter Luft mit Kondensation:

kondensierender Wasseranteil

$$\Delta x = (x_S)_2 - x_1$$

direkt aus h-x-Diagramm



Gesamtmenge Wasser bleibt natürlich gleich

- Adiabatisches Mischen von feuchter Luft:

betrachten adiabatische, isobare Mischung zweier Stoffströme $\dot{m}_{L,1}$ und $\dot{m}_{L,2}$

jeweils mit Zustandsgrößen $x_1, (h_{1+x})_1$ bzw. $x_2, (h_{1+x})_2$

Mischungszustand 3 mit $\dot{m}_{L,3}, x_3, (h_{1+x})_3$

Massenbilanz für (trockene) Luft →

$$\dot{m}_{L,3} = \dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}$$

Massenbilanz für Wasser

$$x_3 \dot{m}_{L,3} = x_1 \dot{m}_{L,1} + x_2 \dot{m}_{L,2}$$

Elimination von $\dot{m}_{L,3}$ →

$$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

leicht nach x_3 auflösbar

Wärmebilanz

$$(\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2})(h_{1+x})_3 = \dot{m}_{L,1}(h_{1+x})_1 + \dot{m}_{L,2}(h_{1+x})_2$$

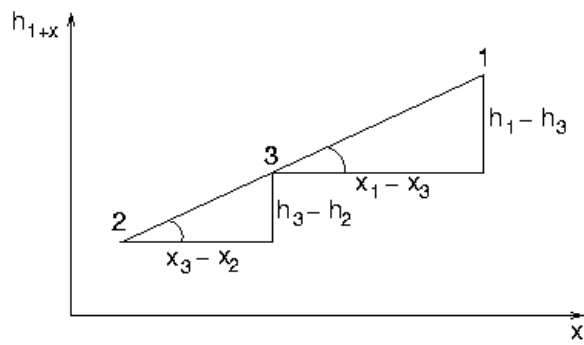
Umformen und x_3 -Beziehung einsetzen →

$$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

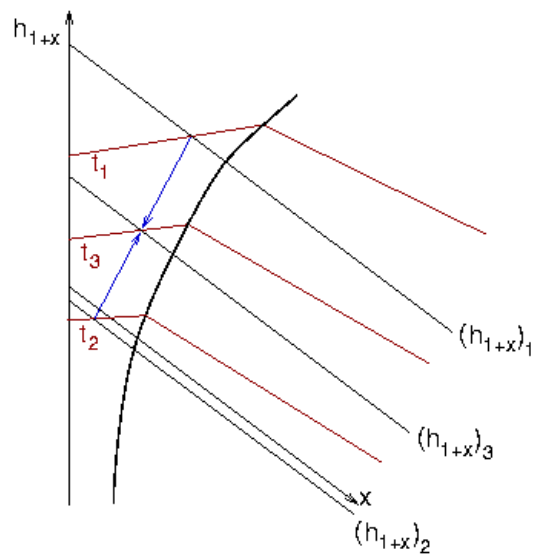
im h, x -Diagramm

- Punkt 3 liegt auf Strecke zwischen Punkt 1 und Punkt 2, da Strecken 2→3 und 3→1 gleiche Steigung haben:

$$\frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{x_3 - x_2} = \frac{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3}{x_1 - x_3}$$



- x_3 berechnen → Punkt 3 graphisch bestimmen



- daraus $(h_{1+x})_3$ und t_3 ablesbar

- Aufgaben:

Aufgabe 4

Aufgabe 5

Verbrennung



- ☀ Brennstoffe
- ☀ Verbrennungsrechnung
- ☀ Verbrennungsenthalpie

- Verbrennung:

Freisetzung chemischer Energie durch Reaktion mit Sauerstoff

Energie wird i.w. als Wärme frei

Herkunft des Sauerstoffs

- Umgebungsluft
- flüssig in Tanks (z.B. bei Raketen)
- Oxidationsmittel (z.B. bei Sprengstoffen)

betrachten i.f. nur Luftsauerstoff

- Reaktionsteilnehmer:

Brennstoffe

- i.w. Kohlenstoff, Wasserstoff, Schwefel (unerwünscht)

Brennluft

- Sauerstoff (20.95 % Molanteil, 23.14 % Massenanteil)
- Stickstoff (geringfügig beteiligt → Stickoxide)
- Rest (Edelgase, etwas CO₂ und Wasser)
- **Luftstickstoff** = Stickstoff + Rest

Verbrennungsgas

- Reaktionsprodukte (CO₂, CO, H₂O, SO₂)
- Luftstickstoff

Asche bzw. Schlacke

- unverbrannte Feststoffanteile (Mineralien, Metalle)

- Brennstoffgruppen:

gasförmige Brennstoffe

- chemische Zusammensetzung im Detail bekannt
- beschrieben durch die Volumenanteile
- Näherung idealer Gemische: Volumenanteile = Molanteile y_i

feste und flüssige Brennstoffe

- meistens Gemisch vieler komplizierter Verbindungen
- statt komplexer Chemie nur pauschale Elementanalyse
- angegeben als Massenanteile

- Reaktionsgleichungen:

in der Regel komplexe chemische Prozesse

vollständige Oxidationsprozesse (freiwerdende Energie bezogen auf ein Mol)

- $C + O_2 \rightarrow CO_2 + 393.5 \text{ kJ}$
- $H_2 + 1/2 O_2 \rightarrow H_2O(\text{flüssig}) + 285.8 \text{ kJ}$
- $S + O_2 \rightarrow SO_2 + 296.9 \text{ kJ}$
- $CH_4 + 2 O_2 \rightarrow CO_2 + 2 H_2O$

unvollständige Prozesse

- brennbare Stoffe bleiben über
- Ursache z.B. Sauerstoffmangel oder schlechte Durchmischung
- Beispiel: $C + 1/2 O_2 \rightarrow CO + 110.5 \text{ kJ}$

- Aufgabenstellung:

Bestimmung des Sauerstoff- und Luftbedarfs einer Verbrennung

Bestimmung der Menge und Zusammensetzung des Verbrennungsgases

- Mengenangaben:

am einfachsten in Molanteilen (wegen Reaktionsgleichungen)

bei festen und flüssigen Brennstoffen Umrechnung von Massenanteil μ_i der Komponente i in kmol/kg Brennstoff

mit Index B für gesamten Brennstoff also

$$\zeta_i := \frac{n_i}{n_B} = \frac{m_i}{M_i m_B} = \frac{\mu_i}{M_i}$$

einfache Näherungen für Molmassen meist hinreichend genau

z.B. für Kohlenstoffanteil

$$\zeta_C = \frac{\mu_C}{M_C} = \frac{\mu_C}{12} \frac{\text{kmol C}}{\text{kg B}}$$

- Sauerstoffbedarf o_{\min} :

benötigter Luftsauerstoff O_2 / kg Brennstoff

Faktoren aus den Reaktionsgleichungen

- 1 mol O_2 / 1 mol C
- 1/4 mol O_2 / 1 mol H
- 1 mol O_2 / 1 mol S

im Brennstoff enthaltenen Sauerstoff vom Bedarf abziehen

- -1/2 mol O_2 / 1 mol O

zusammen also

$$o_{\min} = \left(\frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32} - \frac{\mu_O}{32} \right) \frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg B}}$$

- Luftbedarf l_{\min} :

benötigte Luft / kg Brennstoff

bei trockener Luft durch Sauerstoffanteil y_O der Luft

$$l_{\min} = \frac{o_{\min}}{y_O} = \frac{o_{\min}}{0.21} \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

molarer Feuchtegehalt w_l der Luft bei Luftfeuchtigkeit φ

$$w_l = \frac{p_d^*}{p_i^*} = \frac{p_d^*}{p - p_d^*} = \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s}$$

feuchte Mindestluftmenge daher

$$l_{min,f} = (1 + w_l)l_{min}$$

in der Praxis für Verbrennung mehr Luft nötig

- $l = \lambda l_{min}$
- Luftverhältnis $\lambda > 1$
- typische Werte bei 1.1 (Ölbrenner) bis 1.6 (Kohle)
- Luftüberschuss := $\lambda - 1$

• Verbrennungsgasmenge:

Anteile v_i für Abgaskomponenten in kmol/kg Brennstoff

bei CO_2 und SO_2 einfach aus Brennstoff

$$v_{CO_2} = \frac{\mu_C}{12} \frac{\text{kmol } CO_2}{\text{kg B}}$$

$$v_{SO_2} = \frac{\mu_S}{32} \frac{\text{kmol } SO_2}{\text{kg B}}$$

Sauerstoff aus zugeführter Luft

$$v_{O_2} = 0.21(\lambda - 1)l_{min} \frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg B}}$$

Stickstoff aus Brennstoff und Luft

$$v_{N_2} = \frac{\mu_N}{28} + 0.79\lambda l_{min} \frac{\text{kmol } N_2}{\text{kg B}}$$

Wasser aus Wasser- und Wasserstoffgehalt des Brennstoffs und aus Luftfeuchtigkeit der Zuluft

$$v_{H_2O} = \frac{\mu_H}{2} + \frac{\mu_W}{18} + w_l \lambda l_{min} \frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kg B}}$$

gesamte trockene Verbrennungsgasmenge (ohne Wasser)

$$v_t = v_{CO_2} + v_{SO_2} + v_{N_2} + v_{O_2}$$

(feuchte) Verbrennungsgasmenge

$$v_f = v_t + v_{H_2O}$$

Mindestverbrennungsgasmenge: Wert für $\lambda = 1$

- Freiwerdende Energie bei Verbrennung:

vollständige Verbrennung angenommen

spezifisch (bezogen auf Masse des Brennstoffs)

abhängig von

- Brennstoff
- Temperaturen von Brennstoff, Zuluft und Verbrennungsgas
- Zustand der Verbrennungsprodukte (z.B. gasförmig oder flüssig)
- Prozessführung (isobar oder isochor)

durch verschiedene Normen beschrieben

- Heizwert und Brennwert:

Heizwert H_u (nach DIN 5499)

- bei $t_0 = 25 \text{ °C}$ für Brennstoff, Brennluft und Abgas
- Wasser dampfförmig
- CO_2 und SO_2 gasförmig
- keine Stickoxide

Brennwert H_o

- wie Heizwert, aber Wasser flüssig

Zusammenhang

$$H_o = H_u + \frac{m_{\text{H}_2\text{O im Abgas}}}{m_B} r$$

Werte tabelliert

Näherungsformel für feste und flüssige Brennstoffe

$$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s + 6.3\mu_n - 9.8\mu_o - 2.5\mu_w) \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

Näherungsformel für gasförmige Brennstoffe

$$H_u = (283y_{\text{CO}} + 242y_{\text{H}_2} + 803y_{\text{CH}_4} + 1429y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 2043y_{\text{C}_3\text{H}_8} + \dots) \frac{\text{MJ}}{\text{kmol B}}$$

- Abhängigkeit von der Temperatur:

Temperaturen t_L und t_V von Luft und Abgas

Temperatur t_B des Brennstoffs

damit auf m_B bezogene Enthalpie h' vor Verbrennung

$$\begin{aligned} h' &= \frac{m_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L \frac{n_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L [\bar{c}_{p,L} |_{0^\circ\text{C}}^{t_L} t_L + H_u + \bar{c}_{p,B} |_{0^\circ\text{C}}^{t_B} t_B \end{aligned}$$

(Bezugspunkt: $h_L = h_B = 0$ bei 0 °C)

Enthalpie h'' nach der Verbrennung

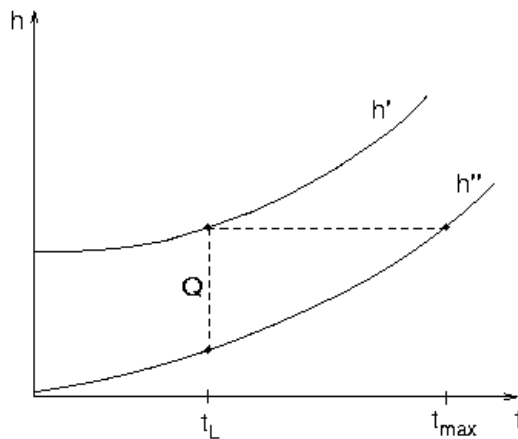
$$h'' = \frac{m_V}{m_B} h_V$$
$$= M_V v_f \bar{c}_{p,V} \Big|_{0^\circ}^{t_V} C t_V$$

(Bezugspunkt: $h_V = 0$ bei 0°C)

- **Freiwerdende Wärme:**

Wärme pro Brennstoffmasse aus Enthalpiedifferenz

$$|Q|/m_B = h' - h''$$



wenn t_V kleiner als Taupunkt \rightarrow

- Wasser kondensiert
- zusätzliche Verdampfungsenthalpie r wird frei

- **Adiabate Verbrennungstemperatur t_{\max} :**

keine Wärmeabfuhr \rightarrow maximale Temperatur des Verbrennungsgases

t_{\max} ergibt sich aus Enthalpiebilanz

$$h'(t_L) = h''(t_{\max})$$

im Bild durch waagerechte Linie

genauer: Dissipation der Moleküle berücksichtigen

$\rightarrow t_{\max}$ ist kleiner

- **Aufgaben:**

Aufgabe 6

Aufgabe 7

- 🔦 Übersicht
- 🔦 Wärmeleitung
- 🔦 Wärmeströmung
- 🔦 Wärmestrahlung

- Räumliche Temperaturunterschiede:

Wärme fließt vom warmen zum kalten Objekt

Temperatur ändert sich zeitlich

ohne äußere Wärmezufuhr Temperaturengleich

- Mechanismen des Wärmetransports:

Wärmeleitung

- ruhende Materie
- molekulare Wechselwirkung benachbarter Teilchen
- Beispiel: durch eine Hauswand

Wärmeströmung (**Konvektion**)

- bewegte Materie (**Fluide** = Gase oder Flüssigkeiten)
- Wärme mit Strömung transportiert
- erzwungene Strömung: z.B. in Heizungsrohren
- freie Strömung: z.B. aufsteigende Luft am Heizkörper

Wärmestrahlung

- Transport durch elektromagnetische Strahlung
- kein Medium erforderlich
- Beispiel: Sonneneinstrahlung auf die Erde

- Gesetz von Fourier:

Ursache: räumlicher Temperaturgradient dT/dx

Wirkung: Wärmestromdichte \dot{q}

$$\dot{q} = \frac{\text{Wärmeenergie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}}$$

Beobachtung von Fourier

- Wärmestromdichte und Temperaturgradient sind proportional

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

Wärmeleitfähigkeit λ

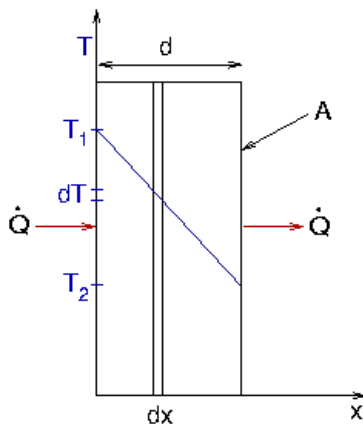
- Materialkonstante, tabelliert
- Einheit $W/(K \cdot m)$
- genauer: abhängig von p und auch T

Vorzeichen

- Wärme fließt entgegen dem Temperaturgradienten (von warm nach kalt)

- Wärmeleitung durch ebene Wand:

homogene Wand der Fläche A und Dicke d



Temperaturverteilung zeitlich konstant

Temperaturen T_1 , T_2 an linker und rechter Seite

durch Wand hindurchtretender Wärmestrom

$$\dot{Q} = A \dot{q}$$

an jedem Wandquerschnitt x konstant

Gesetz von Fourier \rightarrow

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} = \text{const.}$$

Lösung: T nimmt linear mit x ab

$$T(x) = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} x + C$$

Randbedingung $T(0) = T_1 \Rightarrow C = T_1$

Randbedingung $T(d) = T_2 \Rightarrow$

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{d}x + T_1$$

Vergleich liefert Wärmestrom

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d}$$

- Gekrümmte Wände:

geringe Krümmung \rightarrow näherungsweise eben rechnen

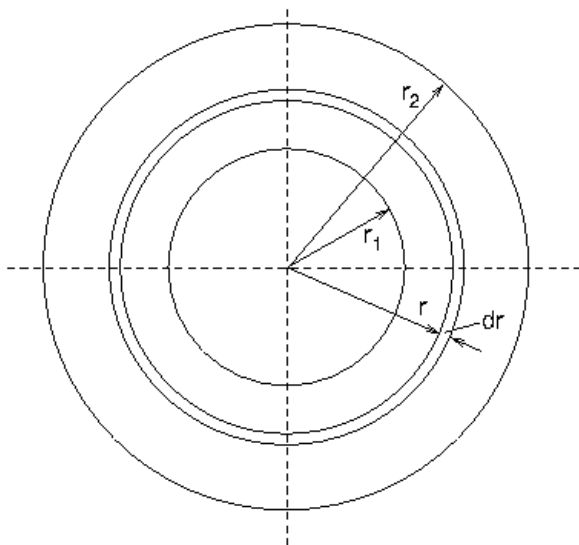
Zylinder- oder Kugeloberfläche

- aus Differentialgleichung in Zylinder- oder Kugelkoordinaten
- einfacher aus Konstanz des Wärmestroms durch gesamte Oberfläche im Abstand r

$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

- Wärmestrom durch ein Rohr:

Zylinderwand mit Innenradius r_1 , Außenradius r_2 , Länge l



mit Oberfläche $A(r) = 2 \pi r l$ wird

$$\dot{Q} = -\lambda 2\pi l r \frac{dT}{dr}$$

mit $\dot{Q} = \text{const.}$ integrieren von r_1 bis $r \Rightarrow$

$$T(r) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r}{r_1}$$

Wärmestrom aus Randbedingung $T(r_2) = T_2 \Rightarrow$

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)}$$

analoge Rechnung für Kugelwand

- **Wärmewiderstand:**

Analogie zum elektrischen Stromkreis

- Potentialdifferenz $U \triangleq$ Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$
- Strom $I \triangleq$ Wärmestrom \dot{Q}
- Ohmsches Gesetz $R = U / I \triangleq R_{th} = (T_1 - T_2) / \dot{Q}$

daher Definition des Wärmewiderstands

$$R_{th} = (T_1 - T_2) / \dot{Q}$$

bei ebener Wand

$$R_{th} = d / (\lambda A)$$

bei Zylinderwand

$$R_{th} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l \lambda}$$

- **Mehrschichtige Wand:**

Wärmestrom durch Wand aus Schichten mit unterschiedlichem λ



Thermischer Widerstand der Wand als "Reihenschaltung" der Einzelwiderstände

$$R_{th} = \sum_i R_{th,i}$$

daraus gesamter Wärmestrom durch die Wand gemäß

$$\dot{Q} = (T_1 - T_2) / R_{th}$$

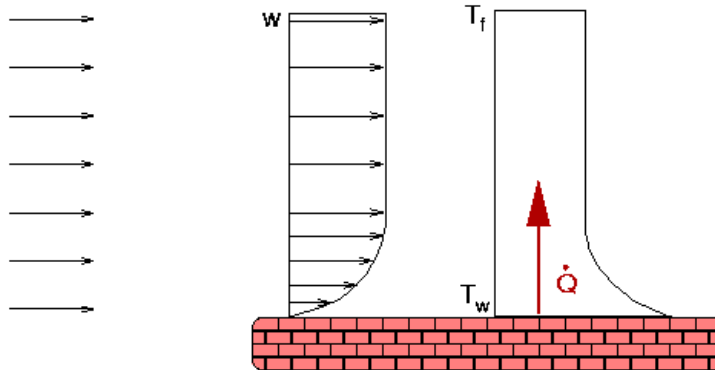
- **Aufgaben:**

Aufgabe 8

Aufgabe 9

- Konvektiver Wärmeübergang:

Wärmeaustausch zwischen strömendem Fluid und fester Wand



Geschwindigkeit des Fluids sinkt von Außengeschwindigkeit w in dünner Schicht bis 0 an der Wand (**Haftbedingung**)

Temperatur im Fluid ändert sich von T_f bis zu T_w an der Wand

Newtonsches Abkühlungsgesetz (analog zum Gesetz von Fourier)

$$\dot{q} = \alpha (T_w - T_f)$$

Wärmeübergangskoeffizient α hängt ab von

- Stoffeigenschaften von Wand und Fluid
- Wandgeometrie
- Strömungsverhältnissen

direkte Berechnung von α sehr schwierig

- Ähnlichkeitsgesetze:

Eliminieren der Einheiten aus Grundgleichungen und Einführung einheitenloser Kennzahlen

gleiche Kennzahlen \rightarrow gleiche Lösungen

erlaubt Übertragbarkeit von Ergebnissen auf ähnliche Situationen, z.B.

- andere Abmessungen (bei gleicher Geometrie)
- andere Strömungsgeschwindigkeit
- andere Stoffgrößen (z.B. Wärmeleitfähigkeit)

empirisch oder theoretisch bestimmte Beziehungen mit Kennzahlen ausdrücken

grundlegendes Vorgehen vor allem bei Strömungen

- Wichtige Kennzahlen:

Nußelt-Zahl

- $Nu := \alpha L / \lambda$
- L : charakteristische Länge
- hier die gesuchte Größe (liefert α !)

Reynolds-Zahl

- $Re := w L / \nu$
- ν : kinematische Viskosität ("Zähigkeit" des Fluids)

- wichtigste Kennzahl für Strömungen
- charakterisiert Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung
- wichtig bei erzwungener Konvektion

Prandtl-Zahl

- $Pr := \nu / a$
- $a = \lambda / (\rho c_p)$: **Temperaturleitfähigkeit**

Rayleigh-Zahl

- $Ra := g \gamma L^3 \Delta T / (\nu a)$
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$: Erdbeschleunigung
- γ : Volumen-Ausdehnungskoeffizient
- wichtig bei freier Konvektion

• Beziehungen zwischen Kennzahlen:

bei erzwungener Konvektion

- $Nu = f(Re, Pr)$

bei freier Konvektion

- $Nu = f(Ra, Pr)$

f abhängig vom konkreten Problem

für viele praktische Fälle tabelliert

aus Messungen oder Näherungsrechnungen gewonnen

häufig nur für bestimmte Bereiche gültig (kleines Re, Intervall für Pr, ...)

• Flüssigkeitsdurchströmtes Rohr:

Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen

- mittlere Strömungsgeschwindigkeit w im Rohr
- Mittelwert T_f aus Eintritts- und Austrittstemperatur
- Wert für λ bei $(T_f + T_w)/2$ nehmen
- Rohrdurchmesser L

weitere Größen

- Rohrlänge h
- Prandtl-Zahl Pr_f, Pr_w der Flüssigkeit bei T_f, T_w

Beziehungen

- für $Re \leq 2300$ und $Re Pr_f L/h = 0.1 \dots 10^4$

$$Nu = \sqrt[3]{49 + 4.17 Re Pr_f \frac{L}{h} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.11}}$$

- für $Re = 2300 \dots 10^6$ und $Pr_f = 0.5 \dots 1.5$

$$Nu = 0.0214 (Re^{0.8} - 100) Pr_f^{0.4} \left[1 + \left(\frac{L}{h} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.11}$$

- für $Re = 2300 \dots 10^6$ und $Pr_f = 1.5 \dots 500$

$$Nu = 0.012(Re^{0.87} - 280)Pr_f^{0.4} \left[1 + \left(\frac{L}{h} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.11}$$

- Freie Strömung an senkrechter Wand:

Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen

- Wandhöhe L
- γ bei T_f
- Stoffwerte bei $T = (T_f + T_w)/2$

Beziehung für $Pr \geq 0.001$, $Ra = 0.1 \dots 10^{12}$, $Nu > 2$

$$f_1 := \left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}$$

$$Nu = \left(0.825 + 0.387(Ra f_1)^{1/6} \right)^2$$

- Allgemeine Eigenschaften:

Nu (und damit α) wächst mit Pr

Pr-Zahlen bei Flüssigkeiten größer als bei Gasen → besserer Wärmeübergang bei Flüssigkeiten

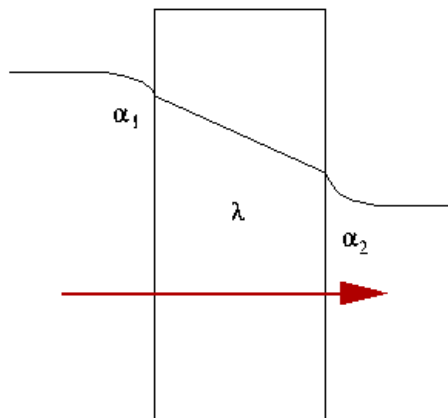
Nu wächst mit Re

besserer Wärmeübergang bei höherer Geschwindigkeit (Turbulenz!)

aber: größere Reibung → höhere Druckverluste

- Wärmedurchgang:

Wärme geht von Fluid durch eine Wand auf anderes Fluid



konvektiver Temperaturabfall an Fluid-Wand-Schicht wirkt wie thermischer Widerstand

$$R_K = 1/(\alpha A)$$

liegt "in Reihe" zu den thermischen Widerständen der Wandschichten

damit genauere Berechnung des Wärmestroms durch eine Wand



- Aufgaben:

Aufgabe 10

Aufgabe 11

- Mechanismus der Wärmestrahlung:

innere Energie bei Temperatur T

Bewegungs-, Rotations- und Vibrationszustände der Moleküle

Anregung z.B. durch Stöße

- → spontane Emission
- → Abstrahlung von der Oberfläche

Wellenlängen i.w. im Infrarot- und optischen Bereich

an der Oberfläche abgestrahlte Energie pro Zeit, Oberfläche und Wellenlängenbereich

$$I(\lambda, T) = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche} \cdot \text{Wellenlängenbereich}}$$

gesamte abgestrahlte Energiestromdichte

$$\dot{q}(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda$$

- Emission und Absorption:

auf Oberfläche fallende Energie wird absorbiert, reflektiert oder durchgelassen

Anteile a, r, d mit

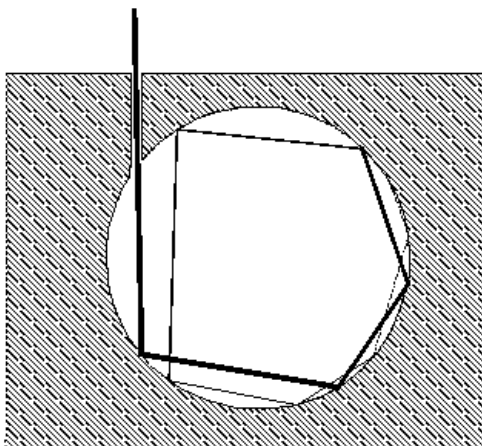
$$a + r + d = 1$$

i.a. von der Wellenlänge abhängig $a = a(\lambda)$ etc.

- Schwarzer Körper:

alle einfallende Strahlung wird absorbiert ($a = 1$)

Modell: kleine Öffnung vor großem absorbierendem Hohlraum



näherungsweise bei matt-schwarzen Oberflächen

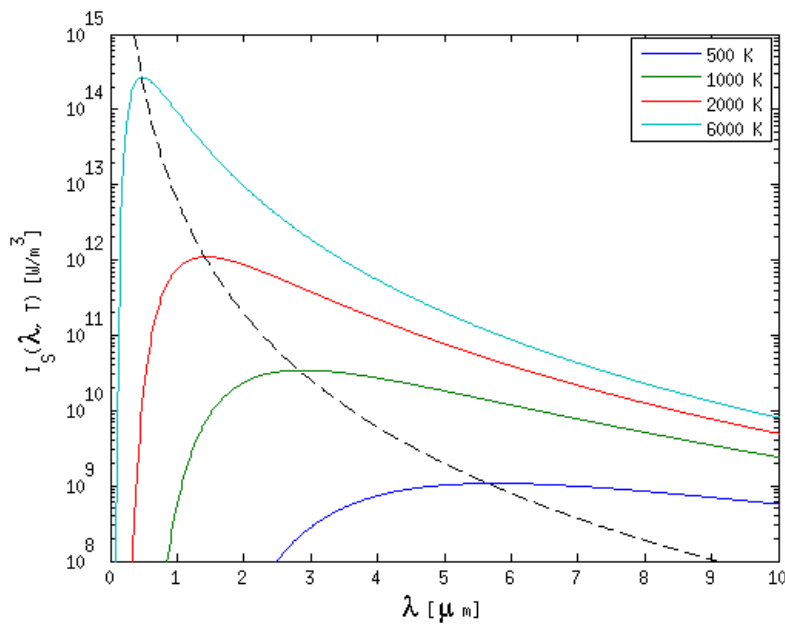
Idealvorstellung des Wärmestrahlens

- Strahlungsintensität des Schwarzen Körpers:

gegeben durch **Plancksches Strahlungsgesetz**

$$I_S(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(e^{hc/\lambda k_B T} - 1 \right)^{-1}$$

graphisch



Erinnerung an Quantenmechanik

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} = \frac{hf}{k_B T} = \frac{E_{\text{Photon}}}{k_B T}$$

Maximum der Kurve bei

$$\lambda_{\text{max}} = b / T \text{ (Wiensches Verschiebungsgesetz)}$$

$$b = 2898 \mu\text{m K}$$

Konsequenzen

- bei niedrigen Temperaturen Strahlung im IR-Bereich
- höhere Temperaturen → rotglühend
- ganz heiss → auch kleinere Wellenlängen → weissglühend

gesamter abgestrahlter Wärmestrom

$$\dot{q}_S(T) = \sigma T^4 \text{ (Stefan-Boltzmann-Gesetz)}$$

$$\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

- Reale Körper:

Emission I niedriger als beim Schwarzen Körper

Emissionsvermögen ϵ_λ bei Wellenlänge λ

$$\epsilon_\lambda(\lambda, T) := \frac{I(\lambda, T)}{I_S(\lambda, T)}$$

Kirchhoffsches Gesetz

$$a(\lambda) = \epsilon_\lambda(\lambda)$$

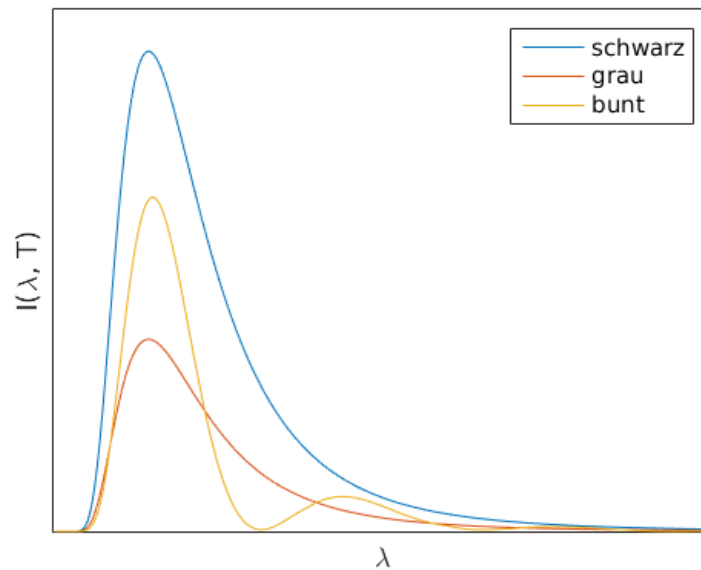
grauer Körper

- ϵ nicht von λ abhängig
- alle Spektralbereiche werden gleichmäßig absorbiert

beliebiger Körper

für unvollständige Absorption

- frequenzabhängige Absorption
- Rest (reflektierte Strahlung) gibt Oberflächenfarbe



mittlerer Emissionsgrad

$$\begin{aligned}\epsilon(T) &:= \frac{\dot{q}(T)}{\dot{q}_S(T)} \\ &= \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda(\lambda, T) I_S(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4}\end{aligned}$$

einige Werte

Oberfläche	T [°C]	ϵ
schwarzer matter Lack	80	0.970
Ziegelstein	20	0.93
Buchenholz	70	0.935
Eisen, stark verrostet	19	0.685
Eisen, blank, geschmiegelt	20	0.24
Kupfer, poliert	20	0.030

- Wärmeaustausch zwischen Oberflächen:

Zwei Körper mit Temperaturen T_1 , T_2 bestrahlen sich gegenseitig

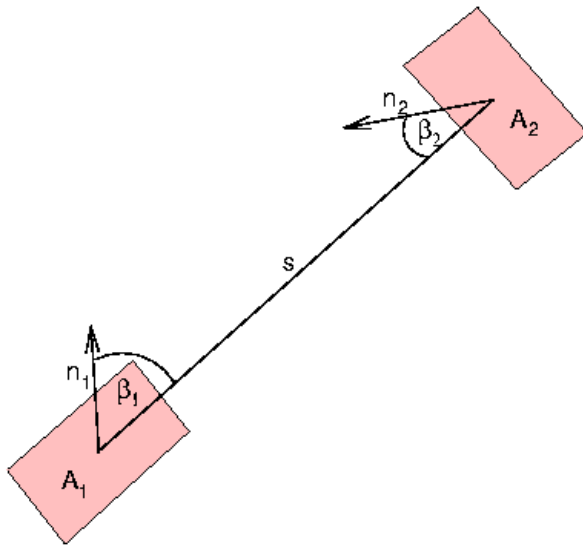
Netto-Wärmestrom (von 1 zu 2)

$$\dot{Q}_{12} = C_{12} A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

Faktor C_{12} (**Strahlungsaustauschzahl**) berücksichtigt Geometrie und Emissionsvermögen der Körper

$$C_{12} = \sigma \epsilon_1 \epsilon_2 \frac{\varphi_{12}}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)\varphi_{12}^2} A_1/A_2$$

Einstrahlzahl φ_{12} durch Geometrie gegeben



$$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{s^2} dA_2 dA_1$$

anschaulich:

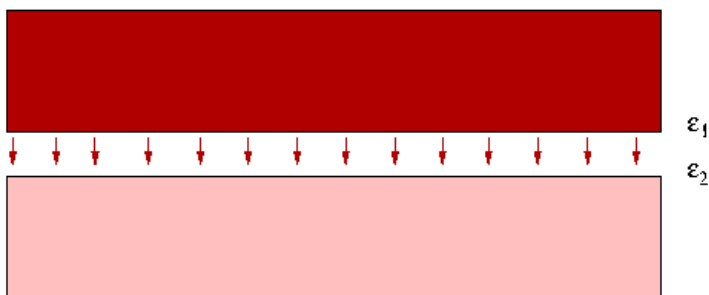
- Sendefläche erscheint um Faktor $\cos \beta_1$ kleiner
- Empfängerfläche erscheint um Faktor $\cos \beta_2$ kleiner

- Berechnung der Strahlungsaustauschzahl:

i.a. aufwändig (Doppelintegral!)

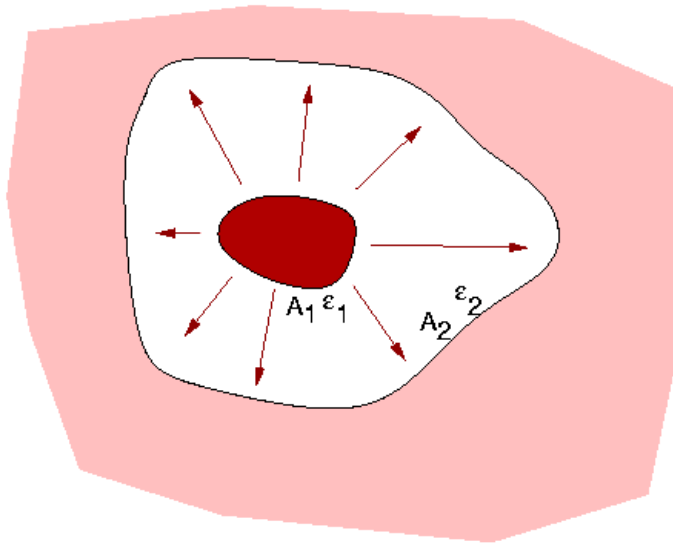
für einige Anwendungsfälle tabelliert

bei dicht benachbarten parallelen Wänden



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

bei vollständig umschlossener Fläche



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}$$

Grenzfall $A_2 \gg A_1 \rightarrow$

$$C_{12} = \sigma \epsilon_1$$

Abstrahlung von A_1 in den freien Raum

- Aufgaben:

Aufgabe 12

Aufgabe 13

Aufgaben



- 🔍 Aufgabe 1
- 🔍 Aufgabe 2
- 🔍 Aufgabe 3
- 🔍 Aufgabe 4
- 🔍 Aufgabe 5
- 🔍 Aufgabe 6
- 🔍 Aufgabe 7
- 🔍 Aufgabe 8
- 🔍 Aufgabe 9
- 🔍 Aufgabe 10
- 🔍 Aufgabe 11
- 🔍 Aufgabe 12
- 🔍 Aufgabe 13

Aufgabe 1



- Das Abgas eines Verbrennungsmotors enthält 78.4 % Stickstoff, 6.8 % Sauerstoff, 12.7 % Kohlendioxid und 2.1 % Kohlenmonoxid, jeweils in Massenanteilen.
 - a. Welche Dichte hat das Abgas bei einer Temperatur von 250 °C und einem Druck von 0.953 bar?
 - b. Wie groß ist seine Molmasse ?

- Lösung

Aufgabe 2



- Ein Druckbehälter enthält ein Gemisch aus 0.368 kg Stickstoff und 0.514 kg Kohlendioxid bei 0 °C und einem Druck von 15.4 bar. Durch elektrische Heizung steigt die Temperatur auf 800 °C.
 - a. Wie groß sind die Massen- und Molanteile der Komponenten ?
 - b. Welche Molmasse und welche Gaskonstante hat das Gemisch ?
 - c. Welches Volumen hat der Behälter ?
 - d. Wie groß ist der Druck nach der Erwärmung ?
 - e. Welche Wärme wurde dem Gemisch zugeführt ?

- Lösung

Aufgabe 3



- In einem Trockner werden 10 t/h Getreide getrocknet, wobei ein verdunstender Wasserdampfstrom von 500 kg/h durch Luft abzuführen ist. Dazu wird Außenluft mit 15 °C, 70 % relativer Luftfeuchte und einem Druck von $p = 1.013$ bar angesaugt und in einem Lufterhitzer auf 80 °C erwärmt. Die Abluft verlässt den Trockner mit 29 °C und 90 % relativer Luftfeuchtigkeit bei gleichem Druck. Wie groß ist der Volumenstrom der anzusaugenden (feuchten) Luft?
- Lösung

Aufgabe 4



- Ein Außenluftstrom von 7.23 kg (trockene) Luft/s, $\varphi_1 = 80\%$ und $p = 1.013$ bar soll (isobar) von 5 °C auf 20 °C erwärmt werden.
 - a. Wie groß ist die relative Luftfeuchte der erwärmten Luft?
 - b. Wie groß sind die spezifischen Enthalpien h_{1+x} für beide Zustände?
 - c. Welche Wärmeleistung wird benötigt?
- Lösen Sie die Aufgabe zunächst durch Ablesen am h,x-Diagramm, dann durch explizite Rechnung.
- Lösung

Aufgabe 5



- In einer Mischkammer mischen sich 40 Prozent Außenluft von 20 °C und 40 % relativer Luftfeuchtigkeit mit 60 Prozent Umluft von 50 °C und 80 % Luftfeuchtigkeit isobar (bei Normdruck, Verhältnis bezogen auf Massen trockener Luft). Bestimmen Sie für die Mischluft die Temperatur, relative Feuchte, Enthalpie und Feuchtegehalt
 - a. mit dem h,x-Diagramm,
 - b. rechnerisch mit linearer Interpolation,
 - c. mit Matlab und WATER95.
- Lösung

Aufgabe 6



- Heizöl, bestehend aus 84.4 % C, 11.7 % H und 3.9 % S (Massenanteile), wird mit feuchter Luft von 1 bar, 25 °C und 60 % relativer Feuchte bei 15 % Luftüberschuss vollständig verbrannt.

Wie groß sind

- a. der Luftbedarf (feucht)
 - b. die prozentuale Zusammensetzung und Gesamtmenge des Verbrennungsgases ?
- Geben Sie alle Mengen als m^3/kg Brennstoff an, wobei das Volumen bei Normbedingungen gemeint ist und Abweichungen vom idealen Gas vernachlässigt werden.
 - Lösung

Aufgabe 7



- Bei der Verbrennung von Heizöl wie in Aufgabe 6 wird die Abluft nur auf 90 °C herabgekühlt.
 - a. Wie groß ist die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme ?
 - b. Welchen Wert erreicht die adiabatische Verbrennungstemperatur ?
- Werte:

spez. Wärmekapazität des Heizöls $c_{p,B} = 1.88 \text{ kJ/(kg K)}$
- Lösung

Aufgabe 8



- Wie groß ist der Wärmeverluststrom durch den 20 mm starken Zylinderdeckel eines wassergekühlten Verbrennungsmotors mit 200 mm Zylinderinnendurchmesser, wenn der Deckel als Halbkugel angenommen wird?
- Werte:
 - Innentemperatur $T_1 = 165 \text{ °C}$
 - Außentemperatur $T_2 = 150 \text{ °C}$
 - Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 40 \text{ W/(K m)}$
- Lösung

Aufgabe 9



- Die Außenwand eines Hauses bestehe aus zwei Schichten Ziegeln mit jeweils 10 cm Dicke sowie einer isolierenden Schicht aus Glaswolle der Dicke 3 cm.
 - a. Wie groß ist der durch eine Wandfläche von 16 m^2 durchtretende Wärmestrom bei 20 °C Innen- und 0 °C Außentemperatur ?
 - b. Welche Temperaturen haben die beiden Grenzschichten?
- Werte für die Wärmeleitfähigkeit:
 - Ziegelmauerwerk: 0.76 W/(K m)
 - Glaswolle: 0.046 W/(K m)
- Lösung

Aufgabe 10



- Wasser mit 100 °C mittlerer Temperatur (zwischen Ein- und Austritt) wird in einem 3 m langen Rohr mit 22 mm Innendurchmesser bei mittlerer Wandtemperatur von 60 °C gekühlt. Es wird mit 1.2 m/s durch das Rohr gepumpt.

a. Wie groß ist der Wärmeübergangskoeffizient ?

b. Welcher Wärmestrom fließt durch die Rohrwand ?

- Werte für Wasser:

Viskosität ν :

- $0.294 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (bei 100 °C)

- $0.478 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (bei 60 °C)

Temperaturleitfähigkeit a :

- $0.169 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (bei 100 °C)

- $0.159 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (bei 60 °C)

Wärmeleitfähigkeit λ :

- $0.666 \text{ W}/(\text{K m})$ (bei 80 °C)

- Lösung

Aufgabe 11



- Wiederholen Sie **Aufgabe 9**, berücksichtigen Sie dabei aber den Temperaturabfall an den Luft-Mauer-Schichten.

- Werte:

$$\alpha(\text{Luft - Mauer}) = 6.2 \text{ W/(K m}^2\text{)}$$

- **Lösung**

Aufgabe 12



- Zwei jeweils 2 m^2 große Wände mit den Emissionsgraden $\varepsilon_1 = 0.6$, $\varepsilon_2 = 0.9$ und den Temperaturen $T_1 = 1000 \text{ K}$, $T_2 = 300 \text{ K}$, stehen sich parallel gegenüber.
 - a. Welcher Wärmestrom fließt zwischen ihnen?
 - b. Wie stark wird der Wärmestrom reduziert, wenn eine dünne Strahlungsschutzwand mit $\varepsilon_3 = 0.1$ dazwischengebracht wird, die auf beiden Seiten die gleiche Temperatur hat?
- Lösung

Aufgabe 13



- Aufgrund der Sonneneinstrahlung erreicht die Erde ein Wärmestrom von $\dot{q}_E = 1.37 \text{ kW/m}^2$. Wie groß ist die Oberflächentemperatur der Sonne?

- Werte:

Abstand Sonne - Erde (Mittelpunkte) $r_{ES} = 149.6 \cdot 10^9 \text{ m}$

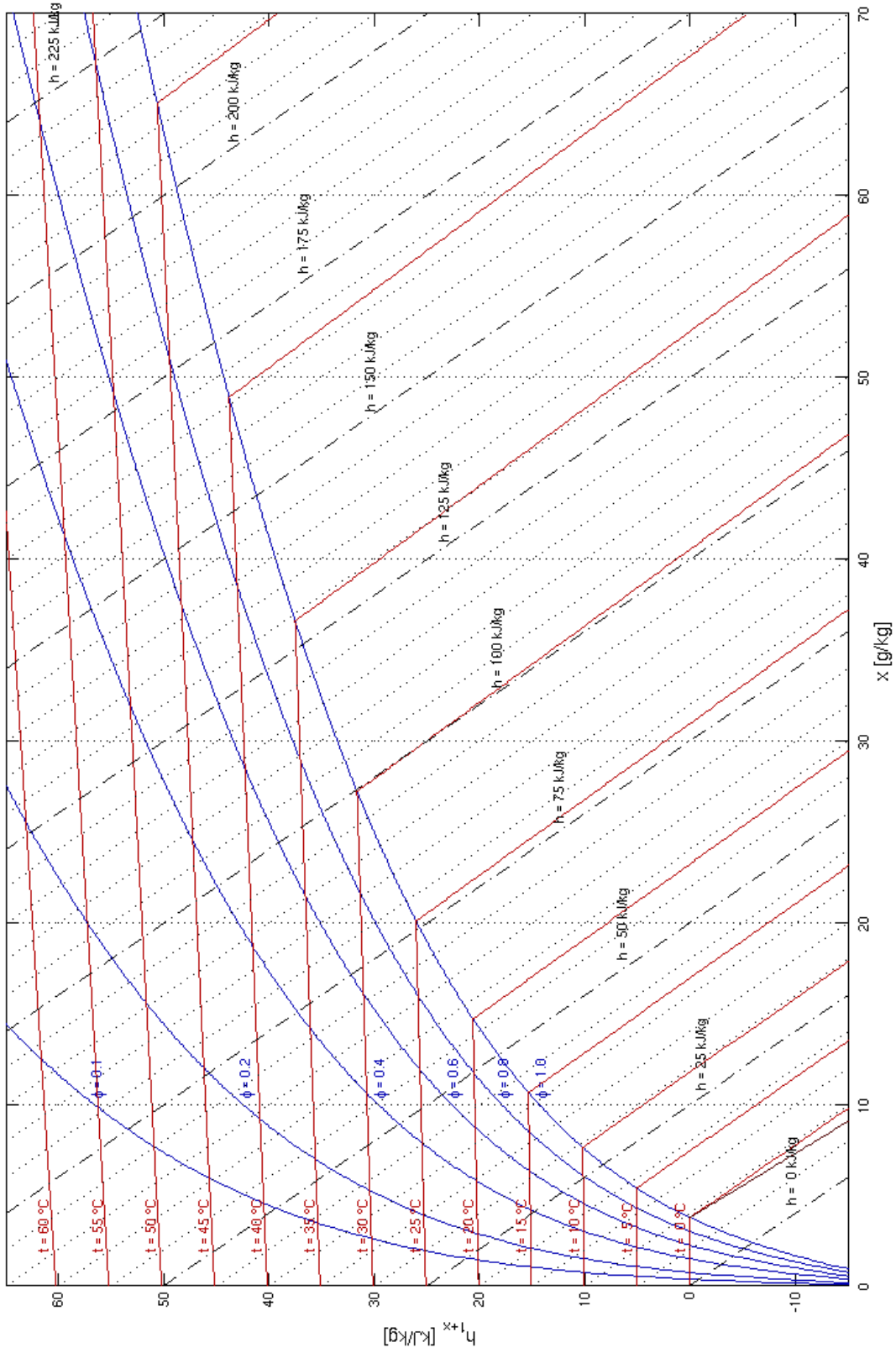
Radius der Sonne $r_S = 696 \cdot 10^6 \text{ m}$

- Lösung

- Tabellen
- Applets
- Matlab-Beispiele
- Nachweise

🔍 h,x-Diagramm von Mollier

h,x-Diagramm von Mollier



Applets



- ☉ Wärmewiderstand
- ☉ Wärmedurchgang

 [exercise5.m](#)

 [exercise7.m](#)

exercise5.m



```
% Loesung von Aufgabe 5
% gegebene Werte
t1 = 20; % in C
t2 = 50;
phi1 = 0.4; % rel. Feuchte
phi2 = 0.8;
q = 2/3; % Massenverhaeltnis
p = 1.01325e5; % Normdruck

%% a: Diagramm
x1 = 0.0059;
h1 = 35.5e3;
x2 = 0.0674;
h3 = 225e3;

x3 = (q*x1 + x2)/(1+q)

%% b: Berechnen
% Feuchtegrade x1, x2
ps1 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t1))
x1 = 0.6219*phi1*ps1/(p - phi1*ps1)

ps2 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t2))
x2 = 0.6219*phi2*ps2/(p - phi2*ps2)

% Bestimmung des Feuchtegrads x3
x3 = (q*x1 + x2)/(1 + q)

% spezifische Enthalpien
cp_luft = 1004; % in J/(kg K)
cp_dampf = 1860; % in J/(kg K)
r0 = 2500.9e3; % in J/kg

h1 = cp_luft*t1 + x1*(r0 + cp_dampf*t1) % in J/kg
h2 = cp_luft*t2 + x2*(r0 + cp_dampf*t2)

h3 = (q*h1 + h2)/(1 + q)

% Mischungstemperatur
t3 = (h3 - x3*r0)/(cp_luft + x3*cp_dampf)

% Berechnung von phi3
ps3 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t3))
phi3 = p/ps3 * x3/(x3 + 0.6219)
```

exercise7.m



```
% Loesung von Aufgabe 7

% gegebene Werte
t_b = 25; % in Grad Celsius
t_l = 25;
t_v = 90;
mu_c = 0.844;
mu_h = 0.117;
mu_s = 0.039;

% Werte aus Aufgabe 6
l = 0.5627; % in kmol L/kg B
v_f = 0.5920; % in kmol V/kg B

% Heizwert
h_u = (34.0*mu_c + 101.6*mu_h + 19.1*mu_s)*1000 % in kJ/kg B

% Molmasse der Luft aus Tabelle
m_l = 28.966; % in kg/kmol

% spez. Waerme kapazitaet in kJ/(kg K)
cp_b = 1.88; % Heizoel, angegeben
cp_l = 1.005; % Luft, aus Tabelle

% damit Enthalpie vor Verbrennung
h1 = m_l*l*cp_l*t_l + h_u + cp_b*t_b

% Molmasse des Verbrennungsgases
% Reihenfolge im Vektor: CO2 SO2 H2O N2 O2
% Mol-Anteile aus Aufgabe 6
y_vi = [0.118816, 0.002059, 0.116884, 0.736698, 0.025543];
% Molmassen
m_vi = [44, 64, 18, 28, 32];
m_v = y_vi * m_vi'

% spez. Waerme kapazitaet des Verbrennungsgases
% Massenanteile
mu_i = m_vi .* y_vi / m_v
% cp der Komponenten bei 90 C durch lineare Interpolation
cp_i0 = [0.8169, 0.6092, 1.858, 1.039, 0.915]; % bei 0 Grad
cp_i1 = [0.8673, 0.6355, 1.871, 1.039, 0.9227]; % bei 100 Grad
cp_i = cp_i0 + 0.9*(cp_i1-cp_i0); % bei 90 Grad
% cp des Gemischs
cp_v = cp_i * mu_i'

% damit Enthalpie nach Verbrennung
h2 = m_v * v_f * cp_v * t_v

% freiwerdende Waerme
q = h1 - h2 % in kJ/kg
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Berechnung von t_max
% Grundproblem: cp bis t_max geht ein, also raten, iterieren, ..
% allerdings: Berechnung von cp aus Tabellen muss automatisiert werden!

% bis auf cp(t_max) sind alle Groessen bekannt

% im Moment ist nur cp(t_v) bekannt, damit erhaelt man
t_max = h1/(m_v * v_f * cp_v)
% Ergebnis: 2298 Grad -> iterieren!

% zunaechst Tabelle der cp_s der Komponenten einlesen
load 'cp.dat';
T = cp(:,1);
CP = cp(:,2:end);

% Schaetzwert fuer t in Grad Celsius
t_neu = 90;
t_alt = 0;      % dummy fuer die Schleife

% wiederhole, bis sich der t-Wert nicht mehr aendert
while abs(t_alt - t_neu) > 0.1,
    t_alt = t_neu;
    cp_i = interp1(T, CP, t_alt, 'spline'); % cp der Komponenten
    cp_v = cp_i * mu_i';                % cp des Gemischs in kJ/(kg K)
    % damit neuer t-Wert
    t_neu = h1/(m_v * v_f * cp_v)
end
```

- Tabellen:

Tabellen-Nr	Herkunft
1	[1]

Lösung von Aufgabe 1



a. Dichte des Abgases:

Die Gesamtdichte erhält man aus den Dichten der Komponenten nach

$$\frac{1}{\rho_g} = \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i}$$

Die Einzeldichten bei gleichem p und T ergeben sich aus

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} = \frac{p}{R_i T} = \frac{p M_i}{RT}$$

Mit der Gaskonstanten $R = 8.315 \text{ J}/(\text{mol K})$ und den Molmassen

Gas	Molmasse [kg/kmol]
N ₂	28.01
O ₂	32.00
CO ₂	44.01
CO	28.01

erhält man mit den angegebenen Werten für p und T

Gas	Dichte [kg/m ³]
N ₂	0.6136
O ₂	0.7011
CO ₂	0.9642
CO	0.6136

Die Gesamtdichte des Abgases ist daher

$$\rho = 0.6491 \text{ kg/m}^3$$

b. Molmasse des Gemischs:

erhält man sofort aus

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \\ \Rightarrow M_g &= 29.63 \text{ kg/kmol} \end{aligned}$$

Lösung von Aufgabe 2



a. Massen- und Molanteile:

Gesamtmasse

$$m_g = m_{N_2} + m_{CO_2} = 0.882 \text{ kg}$$

Massenanteile daher

$$\mu_{N_2} = m_{N_2}/m_g = 0.4172$$

$$\mu_{CO_2} = m_{CO_2}/m_g = 0.5828$$

Stoffmengen

$$n_{N_2} = m_{N_2} / M_{N_2} = 13.14 \text{ mol}$$

$$n_{CO_2} = m_{CO_2} / M_{CO_2} = 11.68 \text{ mol}$$

damit Molanteile

$$y_{N_2} = 0.5294$$

$$y_{CO_2} = 0.4706$$

b. Gaskonstante und Molmasse:

Molmasse aus den Molmassen der Komponenten

$$M_g = \sum_i M_i y_i = 35.54 \text{ kg/kmol}$$

Gaskonstante dann

$$R_g = \frac{R}{M_g} = 233.9 \text{ J/(kg K)}$$

c. Volumen:

Aus der Gasgleichung für das Gemisch

$$p_1 V_g = m_g R_g T_1$$

erhält man mit den bisherigen Ergebnissen sofort

$$V_g = m_g R_g T_1 / p_1 = 3.660 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

d. Druck nach der Erwärmung:

Die Zustandsänderung erfolgt isochor, daher

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 60.50 \text{ bar}$$

e. Zugeführte Wärme:

Isobare spezifische Wärmekapazitäten aus Tabelle

$$c_{p,N_2} \Big|_{0^\circ C}^{800^\circ C} = 1.096 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$c_{p,CO_2} \Big|_{0^\circ C}^{800^\circ C} = 1.0875 \text{ kJ/(kg K)}$$

Die Wärmekapazität des Gemischs erhält man aus

$$c_{p,g} = \sum_i \mu_i c_{p,i} = 1.091 \text{ kJ}/(\text{kg K})$$

Damit ist

$$c_{v,g} = c_{p,g} - R_i = 857.1 \text{ kJ}$$

Die zugeführte Wärmemenge ist also

$$Q_{12} = m_g c_{v,g} (T_2 - T_1) = 604.8 \text{ kJ}$$

Lösung von Aufgabe 3



- Feuchtegehalt bestimmt sich aus

$$x = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S}$$

- Für die Ansaugluft ist der Sättigungsdruck (durch lineare Interpolation aus der Dampfdruck-Tabelle)

$$p_S(15 \text{ °C}) = 0.01706 \text{ bar}$$

- Damit erhält man den Feuchtegehalt

$$x_1 = 0.007419$$

Er bleibt bei der Erwärmung natürlich konstant.

- Für die Abluft erhält man analog

$$p_S(29 \text{ °C}) = 0.04009 \text{ bar}$$

$$x_2 = 0.02297$$

- Bei Luftmassenstrom \dot{m}_L der trockenen Luft wird die folgende Dampfmenge abgeführt

$$\Delta \dot{m}_d = \dot{m}_L (x_2 - x_1)$$

Für den gewünschten Wert $\Delta \dot{m}_d = 500 \text{ kg/h}$ also

$$\dot{m}_L = \frac{\Delta \dot{m}_d}{x_2 - x_1} = 3.215 \cdot 10^4 \text{ kg/h}$$

- Um das Volumen der angesaugten feuchten Luft zu berechnen, benötigen wir zunächst deren Dichte

$$\rho_1 = \frac{p M_L}{R T_1} \left(1 - \left(1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi_1 \frac{p_S(T_1)}{p} \right) = 1.219 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- Damit erhalten wir schließlich

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\dot{m}}{\rho_1} \\ &= \frac{\dot{m}_L + \dot{m}_W}{\rho_1} \\ &= \frac{\dot{m}_L}{\rho_1} \cdot \frac{\dot{m}_L + \dot{m}_W}{\dot{m}_L} \\ &= \frac{\dot{m}_L}{\rho_1} (1 + x_1) \\ &= 2.657 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

Lösung von Aufgabe 4



- Ablesen aus dem h,x-Diagramm

Zustand 1 als Schnittpunkt von $\varphi = 0.8$ und $t = 5\text{ °C} \rightarrow$

$$(h_{1+x})_1 = 16 \text{ kJ/kg}$$

$$x = 0.0042$$

Zustand 2 bei gleichem x und $t = 20\text{ °C} \rightarrow$

$$(h_{1+x})_2 = 31 \text{ kJ/kg}$$

$$\varphi_2 = 0.3$$

Wärmeleistung damit

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 ((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1) = 108.5 \text{ kW}$$

- a. rechnerische Bestimmung von φ_2 :

Dampfdruck bei Zustand 1 (Interpolation aus Tabelle)

$$p_S(5\text{ °C}) = 0.00873 \text{ bar}$$

damit Feuchtegehalt

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00432$$

bei Zustand 2 $x_2 = x_1$, Dampfdruck

$$p_S(20\text{ °C}) = 0.0234 \text{ bar}$$

Auflösen der x - φ -Beziehung \rightarrow

$$\varphi_2 = \frac{p}{p_S(t_2)} \frac{x_2}{x_2 + M_W/M_L} = 0.298$$

- b. spezifische Enthalpien:

Für $\varphi < 1$ war

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0\text{ °C}} + c_{p,D} t)$$

mit den Tabellenwerten der Konstanten erhält man

$$(h_{1+x})_1 = 15.85 \text{ kJ/kg}$$

$$(h_{1+x})_2 = 31.03 \text{ kJ/kg}$$

- c. Wärmeleistung:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 ((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1) = 109.8 \text{ kW}$$

Lösung von Aufgabe 5



- gegebene Werte:

$$t_1 = 20 \text{ °C}, \varphi_1 = 0.4$$

$$t_2 = 50 \text{ °C}, \varphi_2 = 0.8$$

$$q := \dot{m}_{L1} / \dot{m}_{L2} = 2/3$$

- a. Ablesen aus dem h,x-Diagramm:

Zustandsgrößen der einzelnen Luftströme

$$x_1 = 0.0059, h_1 = 35.5 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = 0.0674, h_2 = 225 \text{ kJ/kg}$$

Feuchtegehalt x_3 der Mischluft

$$\begin{aligned} \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3} &= q \\ \Rightarrow x_3 &= \frac{qx_1 + x_2}{1 + q} = 0.0428 \end{aligned}$$

Mischzustand aus Schnittpunkt von x_3 -Wert und Verbindungsstrecke der Zustände 1 und 2 \rightarrow

$$h_3 = 148 \text{ kJ/kg}$$

$$t_3 = 38 \text{ °C}$$

$$\varphi_3 = 0.93$$

- b. Berechnung der Werte mit linearer Interpolation:

Dampfdrücke aus Tabelle durch lineare Interpolation \rightarrow

$$p_S(t_1) = 0.0234 \text{ bar}$$

$$p_S(t_2) = 0.124 \text{ bar}$$

Bestimmung von x_1 und x_2

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00580$$

analog

$$x_2 = 0.0672$$

Daraus Feuchtegehalt wie in a)

$$x_3 = 0.0426$$

Enthalpien aus

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t)$$

damit

$$(h_{1+x})_1 = 34.8 \text{ kJ/kg}$$

$$(h_{1+x})_2 = 224.5 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpie des Gemischs aus

$$\begin{aligned} \frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} &= q \\ \Rightarrow (h_{1+x})_3 &= \frac{q(h_{1+x})_1 + (h_{1+x})_2}{1 + q} = 148.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Temperatur des Gemischs durch Auflösung der Enthalpieformel \rightarrow

$$t_3 = \frac{(h_{1+x})_3 - x_3 r_{0^\circ\text{C}}}{c_{p,L} + x_3 c_{p,D}} = 38.76^\circ\text{C}$$

zugehöriger Dampfdruck

$$p_S(t_3) = 0.0691 \text{ bar}$$

relative Luftfeuchtigkeit damit

$$\varphi_3 = \frac{p}{p_S(t_3)} \frac{x_3}{x_3 + M_W/M_L} = 0.941$$

c. Bestimmung mit Matlab und WATER95:

komplette Rechnung mit dem Matlab-Skript [exercise5.m](#)

Lösung von Aufgabe 6



a. Luftbedarf:

gesamter Bedarf an (feuchter) Luft ist

$$l = \lambda (1 + w_l) l_{\min}$$

trockener Mindestluftbedarf

$$l_{\min} = \frac{1}{0.21} \left(\frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32} \right) \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}} = 0.480 \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

Sättigungsdruck bei 25 °C aus Tabelle

$$p_S = 0.0317 \text{ bar}$$

damit molarer Feuchtegehalt

$$w_l = \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} = 0.0194 \frac{\text{kmol W}}{\text{kmol L}}$$

insgesamt

$$l = 0.563 \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

mit dem Normvolumen

$$V_{mn} = 22.4 \text{ m}^3/\text{kmol}$$

ist dies

$$l_V = l V_{mn} = 12.6 \frac{\text{m}^3 \text{ L}}{\text{kg B}}$$

• Verbrennungsgas:

Mengen der Verbrennungsbestandteile aus den Beziehungen für die jeweilige Gassorte

Gas	v_{Gas} [kmol/kg B]	Molanteil [%]
CO ₂	0.0703	11.9
SO ₂	0.00122	0.2
H ₂ O	0.0692	11.7
N ₂	0.436	73.7
O ₂	0.0151	2.6

Gesamtmenge an Verbrennungsgas

$$v_f = \sum_i v_i = 0.592 \frac{\text{kmol}}{\text{kg B}} \hat{=} 13.26 \frac{\text{m}^3}{\text{kg B}}$$

Lösung von Aufgabe 7



a. Freiwerdende Wärme:

- Zunächst h' und h'' berechnen. Dazu sind einige weitere Größen nötig.
Heizwert nach der empirischen Heizwert-Formel

$$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s) = 41.3 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

einige benötigte Tabellenwerte

Molmasse der Luft $M_L = 28.966 \text{ kg/kmol}$

spez. Wärmekapazität von Luft bei 25°C $c_{p,L} = 1.005 \text{ kJ/(kg K)}$

Wert für Luftmenge aus Aufgabe 6

$$l = 0.5627 \text{ kmol L/kg B}$$

- damit Enthalpie vor der Verbrennung

$$h' = M_L l \bar{c}_{p,L} |_{0^\circ\text{C}}^{t_L} + H_u + \bar{c}_{p,B} |_{0^\circ\text{C}}^{t_B} = 41.78 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Molmasse des Verbrennungsgases aus den Molanteilen y_i nach Aufgabe 6

$$M_V = \sum_i y_i M_i = 28.91 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

- Die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität des Verbrennungsgases geschieht am einfachsten über die Massenanteile. Diese erhält man aus den Molanteilen über

$$\mu_i = \sum_i M_i y_i / M_V$$

zu

Gas	CO ₂	SO ₂	H ₂ O	N ₂	O ₂
μ_i	0.1808	0.0046	0.0728	0.7135	0.0283

- Aus den Tabellen werden die c_p -Werte bei 90°C für alle Komponenten durch Interpolation bestimmt. Daraus erhält man die gesamte Wärmekapazität

$$c_{p,V} = \sum_i c_{p,i} \mu_i = 1.062 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

- Mit der Verbrennungsgasmenge aus Aufgabe 6

$$v_f = 0.592 \text{ kmol/kg B}$$

erhält man auch die Enthalpie nach der Verbrennung

$$h'' = M_V v_f \bar{c}_{p,V} |_{0^\circ\text{C}}^{t_V} = 1.636 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Daraus ergibt sich sofort die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme

$$\frac{|Q|}{m_B} = h' - h'' = 40.15 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Berechnung der adiabatischen Verbrennungstemperatur:

- Setzt man in die Beziehung

$$h'(t_L) = h''(t_{\max})$$

die entsprechenden Formeln für h' und h'' ein, sieht man, dass die Wärmekapazität $c_{p,v}$ bei der unbekanntem Temperatur t_{\max} zu nehmen ist. Hier hilft grundsätzlich ein Iterieren der Beziehung

$$t_{\max} = \frac{h'}{M_V v_f \bar{c}_{p,v}|_{0^\circ\text{C}}^{t_{\max}}}$$

- Zur Berechnung eines neuen $c_{p,v}$ -Wertes sind jedesmal Werte für c_p aller Komponenten durch Interpolation aus den Tabellen zu ermitteln. Mittels eines kleinen **Matlab-Programm** können alle Berechnungen dieser Aufgabe bequem durchgeführt werden.
- Nach 6 Iterationen erhält man auf 5 Dezimalen (also viel genauer als die Tabellenwerte)

$$t_{\max} = 1911.1 \text{ }^\circ\text{C}$$

Lösung von Aufgabe 8



- Wärmestrom \dot{Q}_K durch eine (ganze) Hohlkugel aus

$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

- Mit $A(r) = 4 \pi r^2$ folgt

$$\dot{Q}_K = -4\pi \lambda r^2 \frac{dT}{dr}$$

- Integration von r_1 bis r_2 liefert

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_2} dT &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \\ \Rightarrow T_2 - T_1 &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \Rightarrow \dot{Q}_K &= 4\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = 4524 \text{ W} \end{aligned}$$

- Wärmestrom durch Halbkugel halb so groß

$$\dot{Q} = \dot{Q}_K / 2 = 2262 \text{ W}$$

Lösung von Aufgabe 9



a. Wärmestrom:

Wärmewiderstände der einzelnen Schichten erhält man sofort aus

$$R_{th,i} = d/(\lambda_i A) \Rightarrow$$

$$R_{th,1} = 0.0408 \text{ K/W}$$

$$R_{th,2} = 0.0082 \text{ K/W}$$

Der Gesamtwiderstand ergibt sich als Summe zu

$$R_{th} = 0.0572 \text{ K/W}$$

Der Wärmestrom ist daher

$$\dot{Q} = (T_1 - T_2)/R_{th} = 349.6 \text{ W}$$

b. Temperaturen an den Grenzschichten:

Der Wärmestrom \dot{Q} geht durch die erste Wärmeschicht und erzeugt dort einen Temperaturabfall von

$$t_a - t_1 = -\dot{Q} R_{th,1} = -2.875 \text{ K}$$

$$\Rightarrow t_a = 17.125 \text{ °C}$$

Mit dieser Anfangstemperatur erhält man genauso die Temperatur an der zweiten Grenzschicht

$$t_b = 2.875 \text{ °C}$$

Lösung von Aufgabe 10



- Die Reynoldszahl ist

$$Re = w L/v = 89796$$

- Die Prandtlzahl benötigt man bei Fluid- und Wandtemperatur

$$Pr_f = 1.74$$

$$Pr_w = 3.01$$

- Für diese Werte muss die dritte angegebene Formel für die Nußeltzahl verwendet werden. Sie ergibt sich damit zu

$$Nu = 294.2$$

- Der Wärmeleitkoeffizient ist somit

$$\alpha = Nu \lambda/L = 8910 \text{ W/(K m}^2\text{)}$$

- Damit und mit der Rohroberfläche erhält man den Wärmestrom

$$\dot{Q} = \alpha (T_w - T_f) \pi L h = -73.9 \text{ kW}$$

Lösung von Aufgabe 11



- Wärmewiderstand der Grenzschicht

$$R_k = 1/(\alpha A) = 0.0101 \text{ K/W}$$

- Gesamtwiderstand erhöht sich gegenüber Aufgabe 9 um $2 \cdot R_k$, also

$$R_{th} = 0.0774$$

- Der Wärmestrom verringert sich damit auf

$$\dot{Q} = 258.5 \text{ W}$$

- Zur Berechnung der Temperaturen an den Grenzschichten bildet man die "kumulierte Summe" R_{sum} der Einzelwiderstände, d.h. $R_{sum,i}$ ist die Summe der nach Schicht i liegenden Widerstände:

$$R_{th,i} = [0.0101 \ 0.0082 \ 0.0408 \ 0.0082 \ 0.0101] \text{ K/W}$$

$$R_{sum,i} = [0.0101 \ 0.0183 \ 0.0591 \ 0.0673 \ 0.0774] \text{ K/W}$$

- Die Temperatur an der i -ten Grenzschicht ist dann einfach durch den Gesamtwiderstand der vorhergehenden Schichten gegeben:

$$T_i = T_1 - \dot{Q} \cdot R_{sum,i} = [17.39 \ 15.27 \ 4.73 \ 2.61 \ 0.00] \text{ }^\circ\text{C}$$

Lösung von Aufgabe 12



a. Wärmestrom zwischen den Wänden:

Strahlungsaustauschfaktor

$$C_{12} = \frac{\sigma}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = 3.19 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

Wärmestrom damit

$$\dot{Q} = C_{12}A(T_1^4 - T_2^4) = 63.3 \text{ kW}$$

b. Wärmestrom bei Zwischenwand:

Strahlungsaustauschfaktoren zur Zwischenwand

$$C_{13} = 5.32 \cdot 10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

$$C_{32} = 5.61 \cdot 10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

Wärmestrom von Wand 1 zum Schirm

$$\dot{Q}_{13} = C_{13}A(T_1^4 - T_3^4)$$

Wärmestrom vom Schirm zur Wand 2

$$\dot{Q}_{32} = C_{32}A(T_3^4 - T_2^4)$$

im Gleichgewicht sind beide Wärmeströme gleich \rightarrow

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{C_{13}T_1^4 + C_{32}T_2^4}{C_{13} + C_{32}}} = 837 \text{ K}$$

reduzierter Wärmestrom damit

$$\dot{Q}_r = 5.41 \text{ kW} = 8.56\% \cdot \dot{Q}$$

Lösung von Aufgabe 13



- Wärmestrom durch Kugel um Sonne mit Radius r_{ES}

$$\dot{Q} = 4\pi r_{ES}^2 \dot{q}_E$$

- Wärmestromdichte an Sonnenoberfläche daher

$$\dot{q}_S = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_s^2} = \dot{q}_E \left(\frac{r_{SE}}{r_S} \right)^2 = 6.329 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt damit die Temperatur

$$T = \sqrt[4]{\frac{\dot{q}_S}{\sigma}} = 5780 \text{ K}$$