

- Gemische
- Verbrennung
- Wärmeübertragung
- Aufgaben
- Anhang

---

*Peter Junglas 27. 6. 2013*

# Inhaltsverzeichnis

## Übersicht

- Gemische
  - Beschreibung von Gemischen
  - Gemische idealer Gase
  - Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
  - Enthalpie feuchter Luft
- Verbrennung
  - Brennstoffe
  - Verbrennungsrechnung
  - Verbrennungsenthalpie
- Wärmeübertragung
  - Übersicht
  - Wärmeleitung
  - Wärmeströmung
  - Wärmestrahlung
- Aufgaben
  - Aufgabe 1
    - Lösung von Aufgabe 1
  - Aufgabe 2
    - Lösung von Aufgabe 2
  - Aufgabe 3
    - Lösung von Aufgabe 3
  - Aufgabe 4
    - Lösung von Aufgabe 4
  - Aufgabe 5
    - Lösung von Aufgabe 5
  - Aufgabe 6
    - Lösung von Aufgabe 6
  - Aufgabe 7
    - Lösung von Aufgabe 7
  - Aufgabe 8
    - Lösung von Aufgabe 8
  - Aufgabe 9
    - Lösung von Aufgabe 9
  - Aufgabe 10
    - Lösung von Aufgabe 10
  - Aufgabe 11
    - Lösung von Aufgabe 11
  - Aufgabe 12
    - Lösung von Aufgabe 12
  - Aufgabe 13
    - Lösung von Aufgabe 13
- Anhang
  - Tabellen
    - h,x-Diagramm von Mollier
  - Applets
  - Matlab-Beispiele
    - exercise5.m
    - exercise7.m
  - Nachweise

- Beschreibung von Gemischen
- Gemische idealer Gase
- Eigenschaften von Gas-Dampf-Gemischen
- Enthalpie feuchter Luft

- Gemisch:

Mischung mehrerer homogener Stoffe (**Komponenten**)

selbst homogen (häufig bei Gasen) oder inhomogen (etwa bei Wasser und Luft)

keine chemischen Reaktionen zwischen Komponenten

u.U. Mischungseffekte wie Volumenkontraktion

- Anteile der Komponenten:

Gesamtmasse

$$m_g = \sum_i m_i$$

mit Masse  $m_i$  von Komponente  $i$

**Massenanteil**  $\mu_i$

$$\mu_i := m_i/m_g$$

natürlich gilt

$$\sum_i \mu_i = 1$$

analog **Molanteil**  $y_i$

$$y_i := n_i/n_g$$

- Molmasse  $M_g$  des Gemischs:

definiert als

$$M_g := m_g/n_g$$

bestimmbar aus den Molanteilen

$$\begin{aligned} M_g &= \sum_i \frac{m_i}{n_g} \\ &= \sum_i \frac{m_i n_i}{n_i n_g} \\ &= \sum_i M_i y_i \end{aligned}$$

bestimmbar aus den Massenanteilen

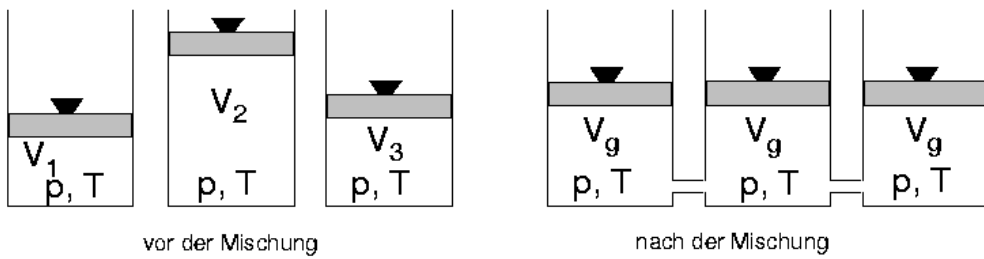
$$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \frac{n_g}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i m_i}{m_i m_g} \\ &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \end{aligned}$$

- Ideales Gemisch:

keine Wechselwirkung zwischen Komponenten

bei gleichem  $p$  und  $T$  addieren sich die Volumina

$$V_g = \sum_i V_i$$



gut erfüllt bei vielen Gasen

meistens schlecht bei Flüssigkeiten

- Zustandsgleichung des Gemischs:

ideale Gasgleichung der Komponenten vor der Mischung

$$p V_i = n_i R T = m_i R_i T$$

nach der Mischung  $p$  und  $T$  gleich

Addition der Gleichungen  $\rightarrow$

$$\begin{aligned} pV_g &= \sum_i pV_i \\ &= \sum_i m_i R_i T \\ &= \sum_i \mu_i m_g R_i T \\ &= m_g R_g T \end{aligned}$$

mit Gaskonstante des Gemischs

$$R_g = \sum_i \mu_i R_i$$

- **Partialdruck**  $p_i$ :

Komponente  $i$  nach Mischung auf Gesamtvolumen  $V_g$  verteilt

übt Teildruck (Partialdruck)  $p_i$  aus mit

$$p_i = \frac{n_i RT}{V_g}$$

Gesamtdruck  $p$  erfüllt

$$\begin{aligned} p &= \frac{n_g RT}{V_g} \\ &= \sum_i \frac{n_i RT}{V_g} \\ &= \sum_i p_i \end{aligned}$$

Division liefert

$$\frac{p_i}{p} = \frac{n_i}{n_g} = y_i$$

- Volumen und Dichte:

**Volumenanteil**  $r_i$

$$r_i := \frac{V_i}{V_g}$$

durch Molanteil gegeben wegen

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{pV_i}{pV_g} \\ &= \frac{n_i RT}{n_g RT} \\ &= \frac{n_i}{n_g} \\ &= y_i \end{aligned}$$

Dichte des Gemischs

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \rho_i^*$$

mit den Partialdichten  $\rho_i^*$

aus den Massenanteilen bestimmt zu

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_g} &= \frac{V_g}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{V_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{V_i m_i}{m_i m_g} \\ &= \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i} \end{aligned}$$

mit den Dichten  $\rho_i$  bei gleichem  $p$  und  $T$

mit der Gasgleichung für die Komponenten

$$\rho_i V_g = n_i R T = m_i R_i T$$

gilt außerdem

$$\rho_g = \sum_i \frac{m_i}{V_g} = \sum_i \frac{p_i}{R_i T}$$

- Extensive Größen  $Z_i$ :

z.B. Enthalpie  $H$ , Wärmekapazitäten  $C_p$ ,  $C_v$

addieren sich im Gemisch

$$Z_g = \sum_i Z_i$$

nicht Entropie (s.u.)

bezogen auf Massen

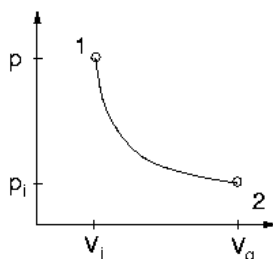
$$\begin{aligned} z_g &= \frac{Z_g}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{Z_i}{m_g} \\ &= \sum_i \frac{Z_i m_i}{m_i m_g} \\ &= \sum_i \mu_i z_i \end{aligned}$$

analog für molare Größen

$$Z_{m,g} = \sum_i y_i Z_{m,i}$$

- Entropie des Gemischs:

Komponente  $i$  wird bei Mischung adiabatisch entspannt



irreversibler, isothermer Prozess (Diffusion)

Dissipationsenergie

$$\begin{aligned}W_{diss,i} &= -W_{V12} \\ &= \int_1^2 p dV = \int_1^2 n_i RT \frac{dV}{V} \\ &= -n_i RT \ln \frac{V_i}{V_g} = -n_i RT \ln r_i \\ &= -n_i RT \ln y_i\end{aligned}$$

zugehörige Zunahme der Entropie

$$\Delta S_i = \frac{W_{diss,i}}{T} = -n_i R \ln y_i > 0$$

Mischungsentropie über alle Komponenten

$$S_{Mi} = -R \sum_i n_i \ln y_i$$

Gesamtentropie des Gemischs

$$S_g = \sum_i S_i + S_{Mi}$$

• Aufgaben:

Aufgabe 1

Aufgabe 2



- Gas-Dampf-Gemisch:

Gasphase

- homogenes Gas oder Gasgemisch
- wird als ein ideales Gas behandelt
- i.f. immer Luft
- Größen mit Index L ("Luft")

Dampfphase

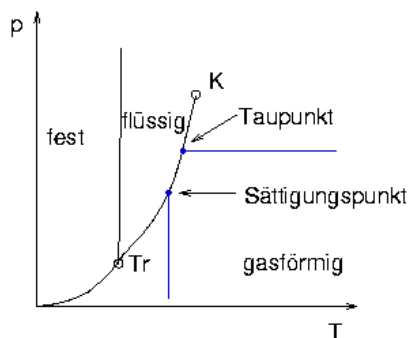
- Komponente, die gasförmig oder flüssig (u.U. auch fest) sein kann
- häufig mit geringem Partialdruck
- im gasförmigem Zustand als ideales Gas beschreibbar
- i.f. immer Wasser (in allen Aggregatzuständen)
- Größen mit Index W ("Wasser")

Gemisch wird hier ideal angenommen

gute Näherung für feuchte Luft bei nicht zu großen Drücken

- Dampfdruckkurve  $p_S(T)$ :**

Grenzkurve zwischen flüssiger und gasförmiger Phase



auch als **Sättigungskurve** bezeichnet

beschreibt maximalen Anteil von Dampf

- Dampfanteil steigt
- Partialdruck  $p_W^*$  steigt
- Sättigungsdruck wird überschritten
- Wasser kondensiert

beschreibt **Taupunkt**

- Temperatur sinkt
- zugehöriger Sättigungsdruck  $p_S$  wird kleiner
- Partialdruck überschreitet  $p_S$
- Wasser kondensiert (Taupunkt)
- Nebelbildung

endet am Tripelpunkt

- bei Wasser etwa bei  $0\text{ °C}$
- darunter Eisbildung statt Nebelbildung

**Dampfdruck-Tabelle** für Wasserdampf

- Dampf-Sättigungszustände:

ungesättigter Zustand

- $p_W^* < p_S$

gesättigter Zustand

- $p_W^* = p_S$
- Kondensat vorhanden

übersättigter Zustand

- $p_W^* > p_S$
- instabil
- möglich bei Fehlen von Kondensationskeimen

#### • relative Feuchte $\varphi$

Verhältnis von Dampfdruck zu Sättigungsdruck

$$\varphi := p_W^* / p_S$$

meistens in Prozent angegeben

relativ gut messbar (Hygrometer)

#### • Feuchtegehalt $x$

Verhältnis von Wassermasse zu (trockener) Luftmasse

$$x := m_W / m_L$$

Bezug auf trockene Luft nützlich z.B. in der Klimatechnik

bestimmbar aus  $p$ ,  $p_S(T)$  und  $\varphi$  mittels

$$\begin{aligned} x &= \frac{m_W}{m_L} \\ &= \frac{M_W n_W}{M_L n_L} \\ &= \frac{M_W y_W}{M_L y_L} \\ &= \frac{M_W p_W^*}{M_L (p - p_W^*)} \\ &= \frac{M_W \varphi p_S}{M_L (p - \varphi p_S)} \\ &\approx 0.6219 \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} \end{aligned}$$

bei gesättigtem Zustand ( $\varphi = 1$ )

$$x_S = 0.6219 \frac{p_S}{p - p_S}$$

#### • Dichte $\rho$ feuchter Luft:

ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{p_L^*}{R_L T} + \frac{p_W^*}{R_W T} \\ &= \frac{1}{RT} (p_L^* M_L + p_W^* M_W) \\ &= \frac{M_L}{RT} \left( p_L^* + \frac{M_W}{M_L} p_W^* \right) \\ &= \frac{M_L}{RT} \left( p - \varphi p_S + \frac{M_W}{M_L} \varphi p_S \right) \\ &= \frac{p M_L}{RT} \left( 1 - \left( 1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi \frac{p_S}{p} \right) \\ &= \rho_L \left( 1 - \left( 1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi \frac{p_S}{p} \right) \\ &\approx \rho_L \left( 1 - 0.3781 \varphi \frac{p_S}{p} \right) \end{aligned}$$

feuchte Luft ist (spezifisch) leichter als trockene Luft

- Spezifisches Volumen:

normale Definition für das Luft-Wasser-Gemisch

$$v = \frac{V}{m_L + m_W} = \frac{1}{\rho}$$

bezogen auf trockene Luft (analog zu x)

$$v_{1+x} = \frac{V}{m_L}$$

Zusammenhang beider Größen

$$\begin{aligned} v_{1+x} &= \frac{m_L + m_W}{m_L} \frac{V}{m_L + m_W} \\ &= (1 + x)v \end{aligned}$$

- Aufgaben:

Aufgabe 3

- Spezifische Enthalpien:

für die Komponenten

$$h_W = H_W/m_W$$

$$h_L = H_L/m_L$$

für das Gemisch

$$h = \frac{H}{m} = \frac{H_L + H_W}{m_L + m_W}$$

bezogen auf trockene Luft

$$h_{1+x} = \frac{H}{m_L} = h_L + x h_W$$

- Berechnung der spezifischen Enthalpie:

- allgemein für ideales Gas

$$dh = c_p dt$$

im praktisch relevanten Bereich  $c_p$  nahezu temperaturunabhängig (für Luft, Dampf, Wasser, Eis)

- für trockene Luft

Bezugspunkt  $h_L(t = 0^\circ\text{C}) = 0 \rightarrow$

$$h_L = c_{p,L} t$$

- Bezugspunkt bei Wasser

siedendes Wasser am Tripelpunkt ( $\approx 0^\circ\text{C}$ )

$$h_W(t = 0^\circ\text{C}) = 0$$

Enthalpie für Wasserdampf

$$h_D = r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t$$

mit Verdampfungsenthalpie  $r$

bei Kondensatbildung ( $x > x_S$ )

Anteil  $x - x_S$

flüssiges Wasser  $h_W = c_{p,W} t$

bei Kondensatbildung unterhalb  $0^\circ\text{C}$

Anteil  $x - x_S$  Eis

$$h_E = -\sigma_{0^\circ\text{C}} + c_{p,E} t$$

mit Schmelzenthalpie  $\sigma$

- zusammengefasst

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t) \quad \text{bei } \varphi < 1 \text{ bzw. } x < x_S$$

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x_S(r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t) + (x - x_S)c_{p,W} t \quad \text{bei } x \geq x_S, t \geq 0^\circ\text{C}$$

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x_S(r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t) + (x - x_S)(-\sigma_{0^\circ\text{C}} + c_{p,E} t) \quad \text{bei } x \geq x_S, t < 0^\circ\text{C}$$

- benötigte Stoffgrößen

Stoff	$c_p$ [kJ/(kg K)]
Luft	1.004
Dampf	1.86
Wasser	4.19
Eis	2.04

$$r_{0^\circ\text{C}} = 2500.9 \text{ kJ/kg}$$

$$\sigma_{0^\circ\text{C}} = 333.5 \text{ kJ/kg}$$

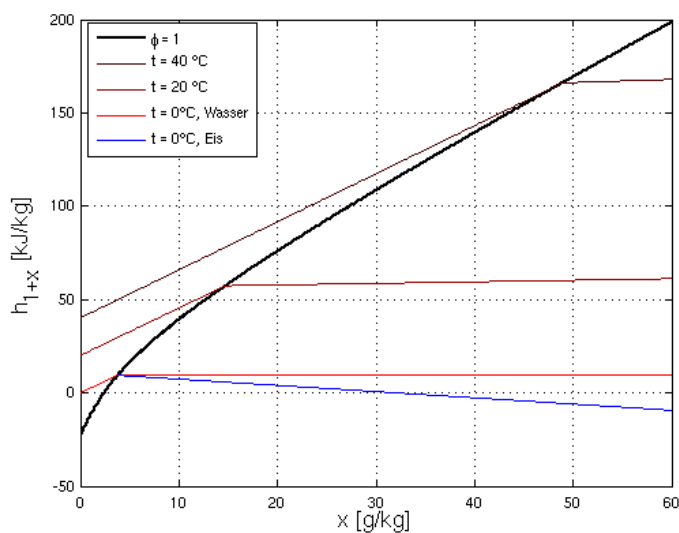
- h,x-Diagramm von Mollier:

Darstellung isobarer Zustandsänderungen von feuchter Luft

Enthalpie  $h_{1+x}$  über Feuchtegehalt  $x$

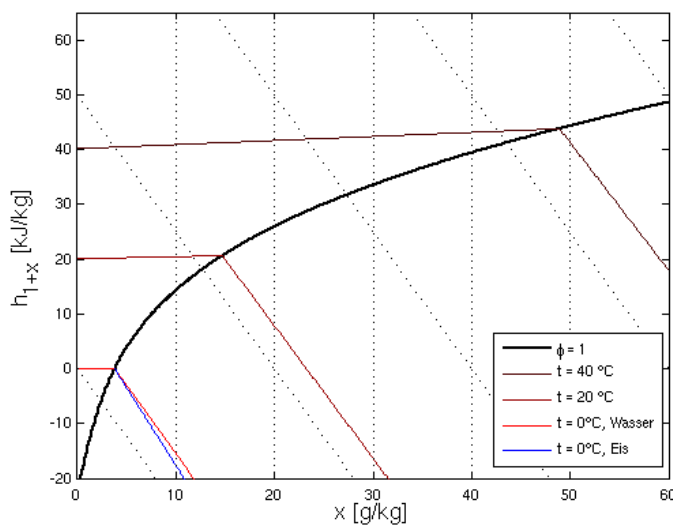
$h$  stückweise lineare Funktion von  $x$  (bei Isothermen)

Knick jeweils bei  $\phi = 1$  (Sättigungslinie)



zur besseren Darstellung schiefwinkliges Diagramm

- x-Achse nach unten gedreht,
- Winkel so, dass  $t=0^\circ\text{C}$  horizontal für  $\phi < 1$
- Parallelen zur x-Achse = Linien mit konstantem  $h_{1+x}$



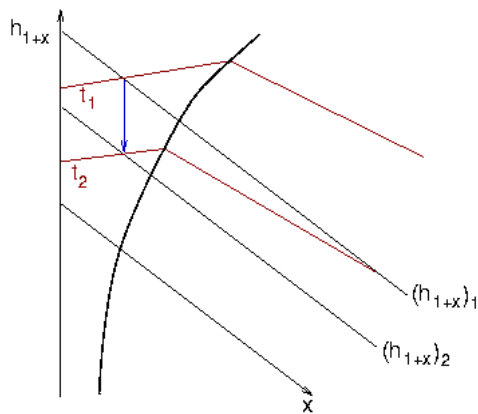
Sättigungslinie vom Druck abhängig → Diagramm nur für einen Druck gültig  
 genaueres Diagramm im [Anhang](#)

- Abkühlung feuchter Luft ohne Kondensation:

betrachte isobaren Abkühlung, ohne Wasserzu- oder Abfuhr

keine Kondensation  $\rightarrow x = \text{const.}$

Enthalpiedifferenz direkt aus h-x-Diagramm



abzuführender Wärmestrom

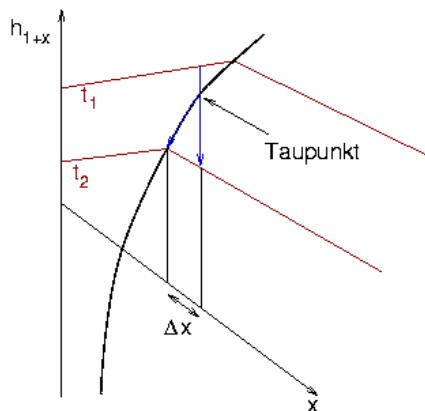
$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_L [(h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1]$$

- Abkühlung feuchter Luft mit Kondensation:

kondensierender Wasseranteil

$$\Delta x = (x_S)_2 - x_1$$

direkt aus h-x-Diagramm



Gesamtmenge Wasser bleibt natürlich gleich

- Adiabatisches Mischen von feuchter Luft:

betrachten adiabatische, isobare Mischung zweier Stoffströme  $\dot{m}_{L,1}$  und  $\dot{m}_{L,2}$

jeweils mit Zustandsgrößen  $x_1, (h_{1+x})_1$  bzw.  $x_2, (h_{1+x})_2$

Mischungszustand 3 mit  $\dot{m}_{L,3}, x_3, (h_{1+x})_3$

Massenbilanz für (trockene) Luft  $\rightarrow$

$$\dot{m}_{L,3} = \dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}$$

Massenbilanz für Wasser

$$x_3 \dot{m}_{L,3} = x_1 \dot{m}_{L,1} + x_2 \dot{m}_{L,2}$$

Elimination von  $\dot{m}_{L,3}$   $\rightarrow$

$$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

leicht nach  $x_3$  auflösbar

Wärmebilanz

$$(\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2})(h_{1+x})_3 = \dot{m}_{L,1}(h_{1+x})_1 + \dot{m}_{L,2}(h_{1+x})_2$$

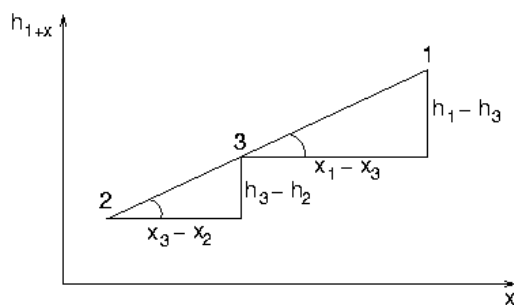
Umformen und  $x_3$ -Beziehung einsetzen  $\rightarrow$

$$\frac{\dot{m}_{L,1}}{\dot{m}_{L,2}} = \frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3}$$

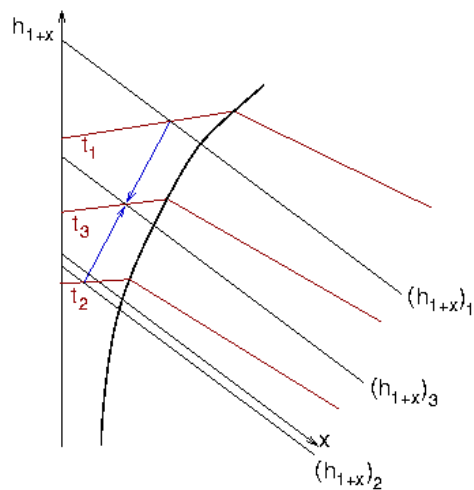
im  $h,x$ -Diagramm

- Punkt 3 liegt auf Strecke zwischen Punkt 1 und Punkt 2, da Strecken 2 $\rightarrow$ 3 und 3 $\rightarrow$ 1 gleiche Steigung haben:

$$\frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{x_3 - x_2} = \frac{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3}{x_1 - x_3}$$



- $x_3$  berechnen  $\rightarrow$  Punkt 3 graphisch bestimmen



- daraus  $(h_{1+x})_3$  und  $t_3$  ablesbar

• Aufgaben:

Aufgabe 4

Aufgabe 5

- Brennstoffe
- Verbrennungsrechnung
- Verbrennungsenthalpie



- Verbrennung:
  - Freisetzung chemischer Energie durch Reaktion mit Sauerstoff
  - Energie wird i.w. als Wärme frei
  - Herkunft des Sauerstoffs
    - Umgebungsluft
    - flüssig in Tanks (z.B. bei Raketen)
    - Oxidationsmittel (z.B. bei Sprengstoffen)
  - betrachten i.f. nur Luftsauerstoff
- Reaktionsteilnehmer:
  - Brennstoffe
    - i.w. Kohlenstoff, Wasserstoff, Schwefel (unerwünscht)
  - Brennluft
    - Sauerstoff (20.95 % Molanteil, 23.14 % Massenanteil)
    - Stickstoff (geringfügig beteiligt → Stickoxide)
    - Rest (Edelgase, etwas CO<sub>2</sub> und Wasser)
    - **Luftstickstoff** = Stickstoff + Rest
  - Verbrennungsgas
    - Reaktionsprodukte (CO<sub>2</sub>, CO, H<sub>2</sub>O, SO<sub>2</sub>)
    - Luftstickstoff
  - Asche bzw. Schlacke
    - unverbrannte Feststoffanteile (Mineralien, Metalle)
- Brennstoffgruppen:
  - gasförmige Brennstoffe
    - chemische Zusammensetzung im Detail bekannt
    - beschrieben durch die Volumenanteile
    - Näherung idealer Gemische: Volumenanteile = Molanteile  $y_i$
  - feste und flüssige Brennstoffe
    - meistens Gemisch vieler komplizierter Verbindungen
    - statt komplexer Chemie nur pauschale Elementanalyse
    - angegeben als Massenanteile
- Reaktionsgleichungen:
  - in der Regel komplexe chemische Prozesse
  - vollständige Oxidationsprozesse (freiwerdende Energie bezogen auf ein Mol)
    - $C + O_2 \rightarrow CO_2 + 393.5 \text{ kJ}$
    - $H_2 + 1/2 O_2 \rightarrow H_2O(\text{flüssig}) + 285.8 \text{ kJ}$
    - $S + O_2 \rightarrow SO_2 + 296.9 \text{ kJ}$
    - $CH_4 + 2 O_2 \rightarrow CO_2 + 2 H_2O$
  - unvollständige Prozesse
    - brennbare Stoffe bleiben über
    - Ursache z.B. Sauerstoffmangel oder schlechte Durchmischung
    - Beispiel:  $C + 1/2 O_2 \rightarrow CO + 110.5 \text{ kJ}$

- Aufgabenstellung:

Bestimmung des Sauerstoff- und Luftbedarfs einer Verbrennung

Bestimmung der Menge und Zusammensetzung des Verbrennungsgases

- Mengenangaben:

am einfachsten in Molanteilen (wegen Reaktionsgleichungen)

bei festen und flüssigen Brennstoffen Umrechnung von Massenanteil  $\mu_i$  der Komponente  $i$  in kmol/kg Brennstoff

mit Index B für gesamten Brennstoff also

$$\zeta_i := \frac{n_i}{m_B} = \frac{m_i}{M_i m_B} = \frac{\mu_i}{M_i}$$

einfache Näherungen für Molmassen meist hinreichend genau

z.B. für Kohlenstoffanteil

$$\zeta_C = \frac{\mu_C}{M_C} = \frac{\mu_C}{12} \frac{\text{kmol C}}{\text{kg B}}$$

- Sauerstoffbedarf  $o_{\min}$ :

benötigter Luftsauerstoff  $O_2$ / kg Brennstoff

Faktoren aus den Reaktionsgleichungen

- 1 mol  $O_2$  / 1 mol C
- 1/4 mol  $O_2$  / 1 mol H
- 1 mol  $O_2$  / 1 mol S

im Brennstoff enthaltenen Sauerstoff vom Bedarf abziehen

- -1/2 mol  $O_2$  / 1 mol O

zusammen also

$$o_{\min} = \left( \frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32} - \frac{\mu_O}{32} \right) \frac{\text{kmol } O_2}{\text{kg B}}$$

- Luftbedarf  $l_{\min}$ :

benötigte Luft / kg Brennstoff

bei trockener Luft durch Sauerstoffanteil  $y_O$  der Luft

$$l_{\min} = \frac{o_{\min}}{y_O} = \frac{o_{\min}}{0.21} \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

molarer Feuchtegehalt  $w_l$  der Luft bei Luftfeuchtigkeit  $\varphi$

$$w_l = \frac{p_d^*}{p_i^*} = \frac{p_d^*}{p - p_d^*} = \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s}$$

feuchte Mindestluftmenge daher

$$l_{\min,f} = (1 + w_l) l_{\min}$$

in der Praxis für Verbrennung mehr Luft nötig

- $l = \lambda l_{\min}$
- Luftverhältnis  $\lambda > 1$
- typische Werte bei 1.1 (Ölbrenner) bis 1.6 (Kohle)
- Luftüberschuss :=  $\lambda - 1$

- Verbrennungsgasmenge:

Anteile  $v_i$  für Abgaskomponenten in kmol/kg Brennstoff

bei  $\text{CO}_2$  und  $\text{SO}_2$  einfach aus Brennstoff

$$v_{\text{CO}_2} = \frac{\mu_C}{12} \frac{\text{kmol CO}_2}{\text{kg B}}$$

$$v_{\text{SO}_2} = \frac{\mu_S}{32} \frac{\text{kmol SO}_2}{\text{kg B}}$$

Sauerstoff aus zugeführter Luft

$$v_{\text{O}_2} = 0.21(\lambda - 1)l_{\min} \frac{\text{kmol O}_2}{\text{kg B}}$$

Stickstoff aus Brennstoff und Luft

$$v_{\text{N}_2} = \frac{\mu_N}{28} + 0.79\lambda l_{\min} \frac{\text{kmol N}_2}{\text{kg B}}$$

Wasser aus Wasser- und Wasserstoffgehalt des Brennstoffs und aus Luftfeuchtigkeit der Zuluft

$$v_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\mu_H}{2} + \frac{\mu_W}{18} + w_l \lambda l_{\min} \frac{\text{kmol H}_2\text{O}}{\text{kg B}}$$

gesamte trockene Verbrennungsgasmenge (ohne Wasser)

$$v_t = v_{\text{CO}_2} + v_{\text{SO}_2} + v_{\text{N}_2} + v_{\text{O}_2}$$

(feuchte) Verbrennungsgasmenge

$$v_f = v_t + v_{\text{H}_2\text{O}}$$

Mindestverbrennungsgasmenge: Wert für  $\lambda = 1$

- Freiwerdende Energie bei Verbrennung:

vollständige Verbrennung angenommen

spezifisch (bezogen auf Masse des Brennstoffs)

abhängig von

- Brennstoff
- Temperaturen von Brennstoff, Zuluft und Verbrennungsgas
- Zustand der Verbrennungsprodukte (z.B. gasförmig oder flüssig)
- Prozessführung (isobar oder isochor)

durch verschiedene Normen beschrieben

- Heizwert und Brennwert:

**Heizwert**  $H_u$  (nach DIN 5499)

- bei  $t_0 = 25 \text{ °C}$  für Brennstoff, Brennluft und Abgas
- Wasser dampfförmig
- $\text{CO}_2$  und  $\text{SO}_2$  gasförmig
- keine Stickoxide

**Brennwert**  $H_o$

- wie Heizwert, aber Wasser flüssig

Zusammenhang

$$H_o = H_u + \frac{m_{\text{H}_2\text{O im Abgas}}}{m_B} r$$

Werte tabelliert

Näherungsformel für feste und flüssige Brennstoffe

$$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s + 6.3\mu_n - 9.8\mu_o - 2.5\mu_w) \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

Näherungsformel für gasförmige Brennstoffe

$$H_u = (283y_{\text{CO}} + 242y_{\text{H}_2} + 803y_{\text{CH}_4} + 1429y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 2043y_{\text{C}_3\text{H}_8} + \dots) \frac{\text{MJ}}{\text{kmol B}}$$

- Abhängigkeit von der Temperatur:

Temperaturen  $t_L$  und  $t_V$  von Luft und Abgas

Temperatur  $t_B$  des Brennstoffs

damit auf  $m_B$  bezogene Enthalpie  $h'$  vor Verbrennung

$$\begin{aligned} h' &= \frac{m_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L \frac{n_L}{m_B} h_L + h_B \\ &= M_L \bar{c}_{p,L} |_{0^\circ\text{C}}^{t_L} + H_u + \bar{c}_{p,B} |_{0^\circ\text{C}}^{t_B} \end{aligned}$$

(Bezugspunkt:  $h_L = h_B = 0$  bei  $0 \text{ °C}$ )

Enthalpie  $h''$  nach der Verbrennung

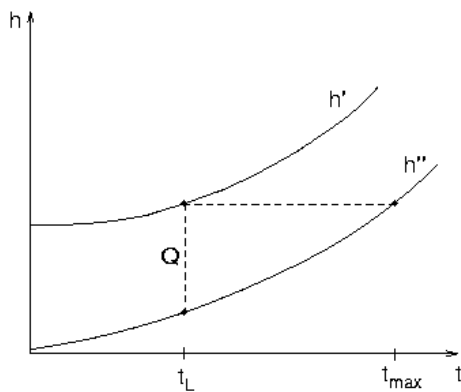
$$\begin{aligned} h'' &= \frac{m_V}{m_B} h_V \\ &= M_V v_f \bar{c}_{p,V} |_{0^\circ\text{C}}^{t_V} \end{aligned}$$

(Bezugspunkt:  $h_V = 0$  bei  $0 \text{ °C}$ )

- Freierwerdende Wärme:

Wärme pro Brennstoffmasse aus Enthalpiedifferenz

$$|Q|/m_B = h' - h''$$



wenn  $t_L$  kleiner als Taupunkt  $\rightarrow$

- Wasser kondensiert
- zusätzliche Verdampfungsenthalpie  $r$  wird frei

- **Adiabate Verbrennungstemperatur  $t_{max}$ :**

keine Wärmeabfuhr  $\rightarrow$  maximale Temperatur des Verbrennungsgases

$t_{max}$  ergibt sich aus Enthalpiebilanz

$$h'(t_L) = h''(t_{max})$$

im Bild durch waagerechte Linie

genauer: Dissipation der Moleküle berücksichtigen

$\rightarrow t_{max}$  ist kleiner

- Aufgaben:

Aufgabe 6

Aufgabe 7

- 🔦 Übersicht
- 🔦 Wärmeleitung
- 🔦 Wärmeströmung
- 🔦 Wärmestrahlung

- Räumliche Temperaturunterschiede:

Wärme fließt vom warmen zum kalten Objekt

Temperatur ändert sich zeitlich

ohne äußere Wärmezufuhr Temperaturengleich

- Mechanismen des Wärmetransports:

Wärmeleitung

- ruhende Materie
- molekulare Wechselwirkung benachbarter Teilchen
- Beispiel: durch eine Hauswand

Wärmeströmung (**Konvektion**)

- bewegte Materie (**Fluide** = Gase oder Flüssigkeiten)
- Wärme mit Strömung transportiert
- erzwungene Strömung: z.B. in Heizungsrohren
- freie Strömung: z.B. aufsteigende Luft am Heizkörper

Wärmestrahlung

- Transport durch elektromagnetische Strahlung
- kein Medium erforderlich
- Beispiel: Sonneneinstrahlung auf die Erde

- Gesetz von Fourier:

Ursache: räumlicher Temperaturgradient  $dT/dx$

Wirkung: Wärmestromdichte  $\dot{q}$

$$\dot{q} = \frac{\text{Wärmeenergie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}}$$

Beobachtung von Fourier

- Wärmestromdichte und Temperaturgradient sind proportional

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

**Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$**

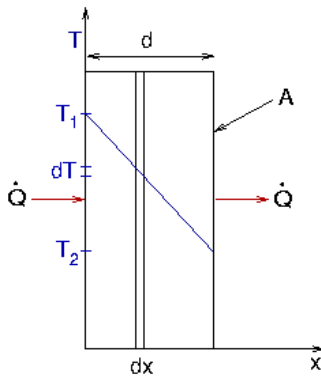
- Materialkonstante, tabelliert
- Einheit  $W/(K \cdot m)$
- genauer: abhängig von  $p$  und auch  $T$

Vorzeichen

- Wärme fließt entgegen dem Temperaturgradienten (von warm nach kalt)

- Wärmeleitung durch ebene Wand:

homogene Wand der Fläche  $A$  und Dicke  $d$



Temperaturverteilung zeitlich konstant

Temperaturen  $T_1$ ,  $T_2$  an linker und rechter Seite

durch Wand hindurchtretender Wärmestrom

$$\dot{Q} = A \dot{q}$$

an jedem Wandquerschnitt  $x$  konstant

Gesetz von Fourier  $\rightarrow$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} = \text{const.}$$

Lösung:  $T$  nimmt linear mit  $x$  ab

$$T(x) = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A}x + C$$

Randbedingung  $T(0) = T_1 \Rightarrow C = T_1$

Randbedingung  $T(d) = T_2 \Rightarrow$

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{d}x + T_1$$



Vergleich liefert Wärmestrom

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d}$$

- Gekrümmte Wände:

geringe Krümmung → näherungsweise eben rechnen

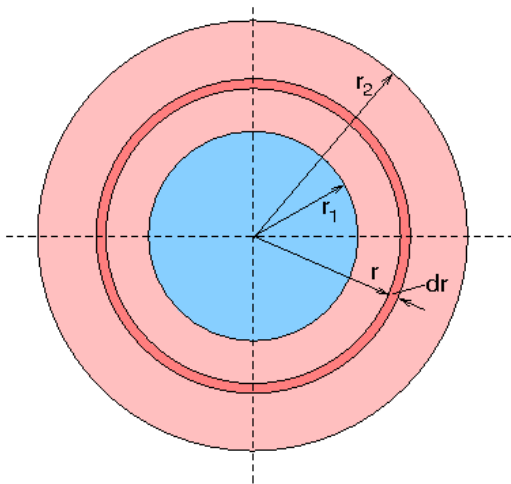
Zylinder- oder Kugeloberfläche

- aus Differentialgleichung in Zylinder- oder Kugelkoordinaten
- einfacher aus Konstanz des Wärmestroms durch gesamte Oberfläche im Abstand r

$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

- Wärmestrom durch ein Rohr:

Zylinderwand mit Innenradius  $r_1$ , Außenradius  $r_2$ , Länge l



mit Oberfläche  $A(r) = 2 \pi r l$  wird

$$\dot{Q} = -\lambda 2\pi l r \frac{dT}{dr}$$

mit  $\dot{Q} = \text{const.}$  integrieren von  $r_1$  bis  $r \Rightarrow$

$$T(r) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r}{r_1}$$

Wärmestrom aus Randbedingung  $T(r_2) = T_2 \Rightarrow$

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)}$$

analoge Rechnung für Kugelwand

- **Wärmewiderstand:**

Analogie zum elektrischen Stromkreis

- Potenzialdifferenz  $U \triangleq$  Temperaturdifferenz  $T_1 - T_2$
- Strom  $I \triangleq$  Wärmestrom  $\dot{Q}$
- Ohmsches Gesetz  $R = U / I \triangleq R_{\text{th}} = (T_1 - T_2) / \dot{Q}$

daher Definition des Wärmewiderstands

$$R_{\text{th}} = (T_1 - T_2) / \dot{Q}$$

bei ebener Wand

$$R_{\text{th}} = d / (\lambda A)$$

bei Zylinderwand

$$R_{th} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l\lambda}$$

- Mehrschichtige Wand:

Wärmestrom durch Wand aus Schichten mit unterschiedlichem  $\lambda$



Thermischer Widerstand der Wand als "Reihenschaltung" der Einzelwiderstände

$$R_{th} = \sum_i R_{th,i}$$

daraus gesamter Wärmestrom durch die Wand gemäß

$$\dot{Q} = (T_1 - T_2)/R_{th}$$

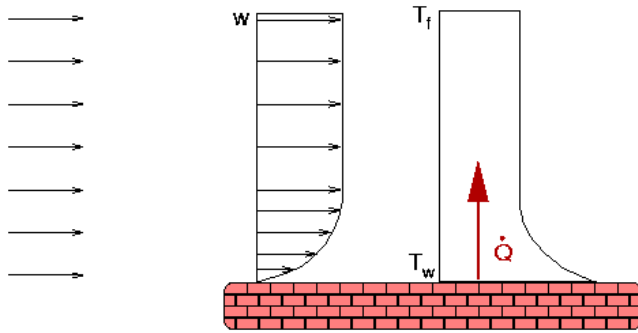
- Aufgaben:

Aufgabe 8

Aufgabe 9

- Konvektiver Wärmeübergang:

Wärmeaustausch zwischen strömendem Fluid und fester Wand



Geschwindigkeit des Fluids sinkt von Außengeschwindigkeit  $w$  in dünner Schicht bis 0 an der Wand (**Haftbedingung**)

Temperatur im Fluid ändert sich von  $T_f$  bis zu  $T_w$  an der Wand

Newtonsches Abkühlungsgesetz (analog zum Gesetz von Fourier)

$$\dot{q} = \alpha (T_w - T_f)$$

Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  hängt ab von

- Stoffeigenschaften von Wand und Fluid
- Wandgeometrie
- Strömungsverhältnissen

direkte Berechnung von  $\alpha$  sehr schwierig

- Ähnlichkeitsgesetze:

Eliminieren der Einheiten aus Grundgleichungen und Einführung einheitenloser Kennzahlen

gleiche Kennzahlen  $\rightarrow$  gleiche Lösungen

erlaubt Übertragbarkeit von Ergebnissen auf ähnliche Situationen, z.B.

- andere Abmessungen (bei gleicher Geometrie)
- andere Strömungsgeschwindigkeit
- andere Stoffgrößen (z.B. Wärmeleitfähigkeit)

empirisch oder theoretisch bestimmte Beziehungen mit Kennzahlen ausdrücken

grundlegendes Vorgehen vor allem bei Strömungen

- Wichtige Kennzahlen:

## Nußelt-Zahl

- $Nu := \alpha L / \lambda$
- $L$ : charakteristische Länge
- hier die gesuchte Größe (liefert  $\alpha$  !)

## Reynolds-Zahl

- $Re := w L / \nu$
- $\nu$ : kinematische Viskosität ("Zähigkeit" des Fluids)
- wichtigste Kennzahl für Strömungen
- charakterisiert Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung
- wichtig bei erzwungener Konvektion

## Prandtl-Zahl

- $Pr := \nu / a$
- $a = \lambda / (\rho c_p)$ : **Temperaturleitfähigkeit**

## Rayleigh-Zahl

- $Ra := g \gamma L^3 \Delta T / (\nu a)$
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ : Erdbeschleunigung
- $\gamma$ : Volumen-Ausdehnungskoeffizient
- wichtig bei freier Konvektion

### • Beziehungen zwischen Kennzahlen:

bei erzwungener Konvektion

- $Nu = f(Re, Pr)$

bei freier Konvektion

- $Nu = f(Ra, Pr)$

f abhängig vom konkreten Problem

für viele praktische Fälle tabelliert

aus Messungen oder Näherungsrechnungen gewonnen

häufig nur für bestimmte Bereiche gültig (kleines Re, Intervall für Pr, ...)

### • Flüssigkeitsdurchströmtes Rohr:

Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen

- mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $w$  im Rohr
- Mittelwert  $T_f$  aus Eintritts- und Austrittstemperatur
- Wert für  $\lambda$  bei  $(T_f + T_w)/2$  nehmen
- Rohrdurchmesser  $L$

weitere Größen

- Rohrlänge  $h$
- Prandtl-Zahl  $Pr_f, Pr_w$  der Flüssigkeit bei  $T_f, T_w$

Beziehungen

- für  $Re \leq 2300$  und  $Re Pr_f L/h = 0.1 \dots 10^4$

$$Nu = \sqrt[3]{49 + 4.17 Re Pr_f \frac{L}{h} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0.11}}$$

- für  $Re = 2300 \dots 10^6$  und  $Pr_f = 0.5 \dots 1.5$

$$Nu = 0.0214 (Re^{0.8} - 100) Pr_f^{0.4} \left[ 1 + \left(\frac{L}{h}\right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0.11}$$

- für  $Re = 2300 \dots 10^6$  und  $Pr_f = 1.5 \dots 500$

$$Nu = 0.012 (Re^{0.87} - 280) Pr_f^{0.4} \left[ 1 + \left(\frac{L}{h}\right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0.11}$$

### • Freie Strömung an senkrechter Wand:

Bezugsgrößen zur Berechnung der Kennzahlen

- Wandhöhe  $L$
- $\gamma$  bei  $T_f$
- Stoffwerte bei  $T = (T_f + T_w)/2$

Beziehung für  $Pr \geq 0.001, Ra = 0.1 \dots 10^{12}, Nu > 2$

$$f_1 := \left[ 1 + \left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16} \right]^{-16/9}$$
$$Nu = \left( 0.825 + 0.387 (Ra f_1)^{1/6} \right)^2$$

- Allgemeine Eigenschaften:

Nu (und damit  $\alpha$ ) wächst mit Pr

Pr-Zahlen bei Flüssigkeiten größer als bei Gasen → besserer Wärmeübergang bei Flüssigkeiten

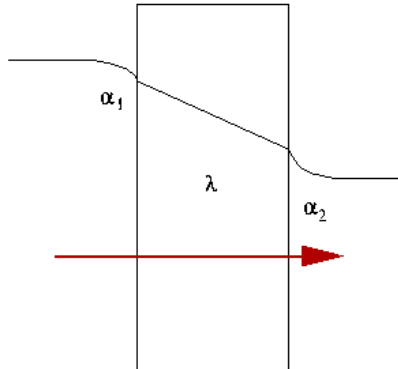
Nu wächst mit Re

besserer Wärmeübergang bei höherer Geschwindigkeit (Turbulenz!)

aber: größere Reibung → höhere Druckverluste

- Wärmedurchgang:

Wärme geht von Fluid durch eine Wand auf anderes Fluid



konvektiver Temperaturabfall an Fluid-Wand-Schicht wirkt wie thermischer Widerstand

$$R_K = 1/(\alpha A)$$

liegt "in Reihe" zu den thermischen Widerständen der Wandschichten

damit genauere Berechnung des Wärmestroms durch eine Wand



- Aufgaben:

Aufgabe 10

Aufgabe 11

- Mechanismus der Wärmestrahlung:

innere Energie bei Temperatur T

Bewegungs-, Rotations- und Vibrationszustände der Moleküle

Anregung z.B. durch Stöße

- → spontane Emission
- → Abstrahlung von der Oberfläche

Wellenlängen i.w. im Infrarot- und optischen Bereich

an der Oberfläche abgestrahlte Energie pro Zeit, Oberfläche und Wellenlängenbereich

$$I(\lambda, T) = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche} \cdot \text{Wellenlängenbereich}}$$

gesamte abgestrahlte Energiestromdichte

$$\dot{q}(T) = \int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda$$

- Emission und Absorption:

auf Oberfläche fallende Energie wird absorbiert, reflektiert oder durchgelassen

Anteile a, r, d mit

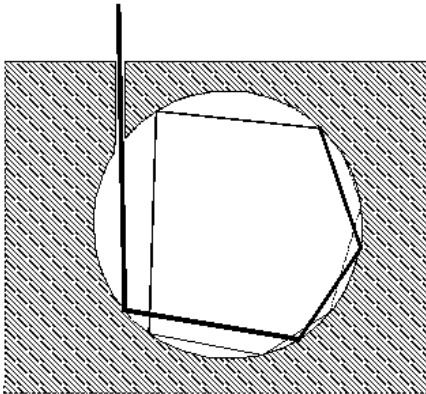
$$a + r + d = 1$$

i.a. von der Wellenlänge abhängig  $a = a(\lambda)$  etc.

- Schwarzer Körper:

alle einfallende Strahlung wird absorbiert ( $a = 1$ )

Modell: kleine Öffnung vor großem absorbierendem Hohlraum



näherungsweise bei matt-schwarzen Oberflächen

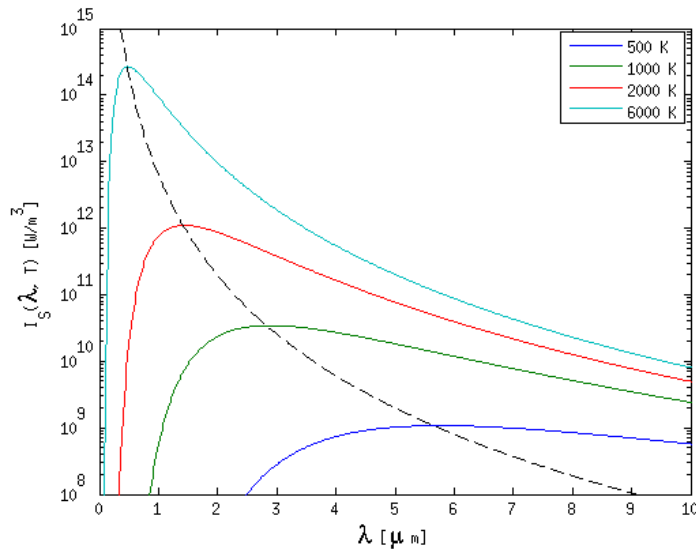
Idealvorstellung des Wärmestrahlers

- Strahlungsintensität des Schwarzen Körpers:

gegeben durch **Plancksches Strahlungsgesetz**

$$I_S(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left( e^{hc/\lambda k_B T} - 1 \right)^{-1}$$

graphisch



Erinnerung an Quantenmechanik

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} = \frac{hf}{k_B T} = \frac{E_{\text{Photon}}}{k_B T}$$

Maximum der Kurve bei

$$\lambda_{\text{max}} = b / T \text{ (Wiensches Verschiebungsgesetz)}$$

$$b = 2898 \mu\text{m K}$$

Konsequenzen

- bei niedrigen Temperaturen Strahlung im IR-Bereich
- höhere Temperaturen → rotglühend
- ganz heiss → auch kleinere Wellenlängen → weissglühend

gesamter abgestrahlter Wärmestrom

$$\dot{q}_S(T) = \sigma T^4 \text{ (Stefan-Boltzmann-Gesetz)}$$

$$\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

- Reale Körper:

Emission I niedriger als beim Schwarzen Körper

Emissionsvermögen  $\epsilon_\lambda$  bei Wellenlänge  $\lambda$

$$\epsilon_\lambda(\lambda, T) := \frac{I(\lambda, T)}{I_S(\lambda, T)}$$

**Kirchhoffsches Gesetz**

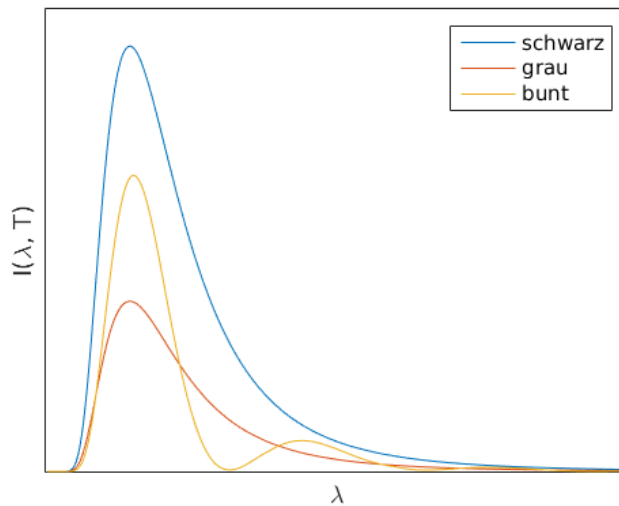
$$a(\lambda) = \epsilon_\lambda(\lambda)$$

grauer Körper

- $\epsilon$  nicht von  $\lambda$  abhängig
- alle Spektralbereiche werden gleichmäßig absorbiert

beliebiger Körper

- frequenzabhängige Absorption
- Rest (reflektierte Strahlung) gibt Oberflächenfarbe



mittlerer Emissionsgrad

$$\begin{aligned}\epsilon(T) &:= \frac{\dot{q}(T)}{\dot{q}_S(T)} \\ &= \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda(\lambda, T) I_S(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4}\end{aligned}$$

einige Werte

Oberfläche	T [°C]	ε
schwarzer matter Lack	80	0.970
Ziegelstein	20	0.93
Buchenholz	70	0.935
Eisen, stark verrostet	19	0.685
Eisen, blank, geschmiegelt	20	0.24
Kupfer, poliert	20	0.030

- Wärmeaustausch zwischen Oberflächen:

Zwei Körper mit Temperaturen  $T_1$ ,  $T_2$  bestrahlen sich gegenseitig

Netto-Wärmestrom (von 1 zu 2)

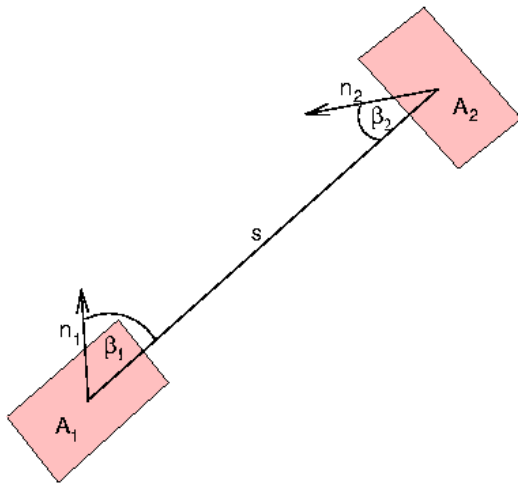
$$\dot{Q}_{12} = C_{12} A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

Faktor  $C_{12}$  (**Strahlungsaustauschzahl**) berücksichtigt Geometrie und Emissionsvermögen der Körper

$$C_{12} = \sigma \epsilon_1 \epsilon_2 \frac{\varphi_{12}}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)\varphi_{12}^2} A_1/A_2$$

**Einstrahlzahl**  $\varphi_{12}$  durch Geometrie gegeben





$$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{s^2} dA_2 dA_1$$

anschaulich:

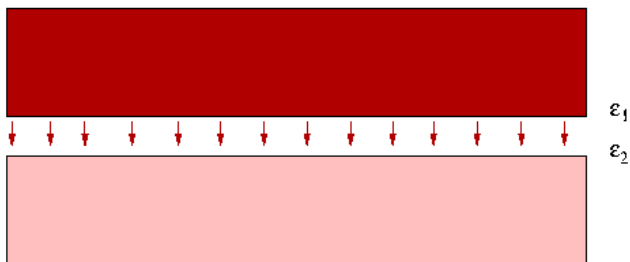
- Sendefläche erscheint um Faktor  $\cos \beta_1$  kleiner
- Empfängerfläche erscheint um Faktor  $\cos \beta_2$  kleiner

- Berechnung der Strahlungsaustauschzahl:

i.a. aufwändig (Doppelintegral!)

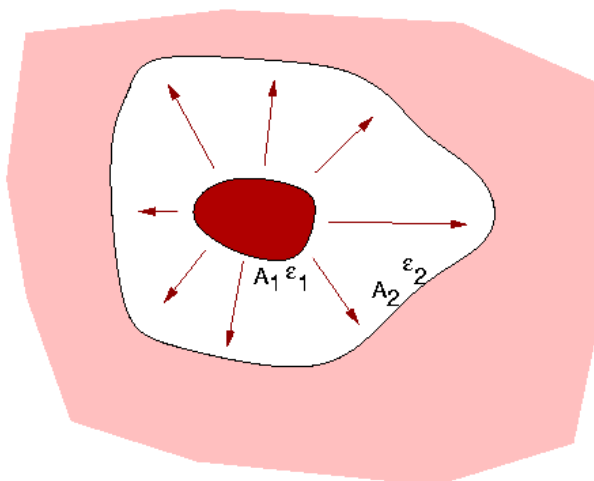
für einige Anwendungsfälle tabelliert

bei dicht benachbarten parallelen Wänden



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

bei vollständig umschlossener Fläche



$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}$$

Grenzfall  $A_2 \gg A_1 \rightarrow$

$$C_{12} = \sigma \varepsilon_1$$

Abstrahlung von  $A_1$  in den freien Raum

- Aufgaben:

Aufgabe 12

Aufgabe 13

# Aufgaben



- 🔦 Aufgabe 1
- 🔦 Aufgabe 2
- 🔦 Aufgabe 3
- 🔦 Aufgabe 4
- 🔦 Aufgabe 5
- 🔦 Aufgabe 6
- 🔦 Aufgabe 7
- 🔦 Aufgabe 8
- 🔦 Aufgabe 9
- 🔦 Aufgabe 10
- 🔦 Aufgabe 11
- 🔦 Aufgabe 12
- 🔦 Aufgabe 13

# Aufgabe 1



- Das Abgas eines Verbrennungsmotors enthält 78.4 % Stickstoff, 6.8 % Sauerstoff, 12.7 % Kohlendioxid und 2.1 % Kohlenmonoxid, jeweils in Massenanteilen.
  - a. Welche Dichte hat das Abgas bei einer Temperatur von 250 °C und einem Druck von 0.953 bar?
  - b. Wie groß ist seine Molmasse ?

- Lösung

## Aufgabe 2



- Ein Druckbehälter enthält ein Gemisch aus 0.368 kg Stickstoff und 0.514 kg Kohlendioxid bei 0 °C und einem Druck von 15.4 bar. Durch elektrische Heizung steigt die Temperatur auf 800 °C.
  - a. Wie groß sind die Massen- und Molanteile der Komponenten ?
  - b. Welche Molmasse und welche Gaskonstante hat das Gemisch ?
  - c. Welches Volumen hat der Behälter ?
  - d. Wie groß ist der Druck nach der Erwärmung ?
  - e. Welche Wärme wurde dem Gemisch zugeführt ?
- Lösung

## Aufgabe 3



- In einem Trockner werden 10 t/h Getreide getrocknet, wobei ein verdunstender Wasserdampfstrom von 500 kg/h durch Luft abzuführen ist. Dazu wird Außenluft mit 15 °C, 70 % relativer Luftfeuchte und einem Druck von  $p = 1.013$  bar angesaugt und in einem Lufterhitzer auf 80 °C erwärmt. Die Abluft verlässt den Trockner mit 29 °C und 90 % relativer Luftfeuchtigkeit bei gleichem Druck. Wie groß ist der Volumenstrom der anzusaugenden (feuchten) Luft?
- Lösung

## Aufgabe 4



- Ein Außenluftstrom von 7.23 kg (trockene) Luft/s,  $\phi_1 = 80\%$  und  $p = 1.013$  bar soll (isobar) von 5 °C auf 20 °C erwärmt werden.
  - a. Wie groß ist die relative Luftfeuchte der erwärmten Luft?
  - b. Wie groß sind die spezifischen Enthalpien  $h_{1+x}$  für beide Zustände?
  - c. Welche Wärmeleistung wird benötigt?
- Lösen Sie die Aufgabe zunächst durch Ablesen am  $h,x$ -Diagramm, dann durch explizite Rechnung.
- Lösung

## Aufgabe 5



- In einer Mischkammer mischen sich 40 Prozent Außenluft von 20 °C und 40 % relativer Luftfeuchtigkeit mit 60 Prozent Umluft von 50 °C und 80 % Luftfeuchtigkeit isobar (bei Normdruck, Verhältnis bezogen auf Massen trockener Luft). Bestimmen Sie für die Mischluft die Temperatur, relative Feuchte, spez. Enthalpie  $h_{1+x}$  und Feuchtegehalt
  - a. mit dem h,x-Diagramm,
  - b. rechnerisch mit linearer Interpolation,
  - c. mit Matlab und WATER95.
- Lösung



## Aufgabe 6



- Heizöl, bestehend aus 84.4 % C, 11.7 % H und 3.9 % S (Massenanteile), wird mit feuchter Luft von 1 bar, 25 °C und 60 % relativer Feuchte bei 15 % Luftüberschuss vollständig verbrannt.

Wie groß sind

- a. der Luftbedarf (feucht)
  - b. die prozentuale Zusammensetzung und Gesamtmenge des Verbrennungsgases ?
- Geben Sie alle Mengen als  $\text{m}^3/\text{kg}$  Brennstoff an, wobei das Volumen bei Normbedingungen gemeint ist und Abweichungen vom idealen Gas vernachlässigt werden.
  - Lösung

## Aufgabe 7



- Bei der Verbrennung von Heizöl wie in Aufgabe 6 wird die Abluft nur auf 90 °C herabgekühlt.
  - a. Wie groß ist die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme ?
  - b. Welchen Wert erreicht die adiabatische Verbrennungstemperatur ?
- Werte:

spez. Wärmekapazität des Heizöls  $c_{p,B} = 1.88 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

- Lösung

## Aufgabe 8



- Wie groß ist der Wärmeverluststrom durch den 20 mm starken Zylinderdeckel eines wassergekühlten Verbrennungsmotors mit 200 mm Zylinderinnendurchmesser, wenn der Deckel als Halbkugel angenommen wird?
- Werte:
  - Innentemperatur  $T_1 = 165 \text{ °C}$
  - Außentemperatur  $T_2 = 150 \text{ °C}$
  - Wärmeleitfähigkeit  $\lambda = 40 \text{ W/(K m)}$
- Lösung

## Aufgabe 9



- Die Außenwand eines Hauses bestehe aus zwei Schichten Ziegeln mit jeweils 10 cm Dicke sowie einer isolierenden Schicht aus Glaswolle der Dicke 3 cm.
  - a. Wie groß ist der durch eine Wandfläche von  $16 \text{ m}^2$  durchtretende Wärmestrom bei  $20 \text{ °C}$  Innen- und  $0 \text{ °C}$  Außentemperatur ?
  - b. Welche Temperaturen haben die beiden Grenzschichten?
- Werte für die Wärmeleitfähigkeit:
  - Ziegelmauerwerk:  $0.76 \text{ W/(K m)}$
  - Glaswolle:  $0.046 \text{ W/(K m)}$
- Lösung

# Aufgabe 10



- Wasser mit 100 °C mittlerer Temperatur (zwischen Ein- und Austritt) wird in einem 3 m langen Rohr mit 22 mm Innendurchmesser bei mittlerer Wandtemperatur von 60 °C gekühlt. Es wird mit 1.2 m/s durch das Rohr gepumpt.

- a. Wie groß ist der Wärmeübergangskoeffizient ?
- b. Welcher Wärmestrom fließt durch die Rohrwand ?

- Werte für Wasser:

Viskosität  $\nu$ :

- $0.294 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (bei 100 °C)
- $0.478 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (bei 60 °C)

Temperaturleitfähigkeit  $a$ :

- $0.169 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (bei 100 °C)
- $0.159 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (bei 60 °C)

Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ :

- $0.666 \text{ W}/(\text{K m})$  (bei 80 °C)

- Lösung

# Aufgabe 11



- Wiederholen Sie **Aufgabe 9**, berücksichtigen Sie dabei aber den Temperaturabfall an den Luft-Mauer-Schichten.
- Werte:  
 $\alpha(\text{Luft - Mauer}) = 6.2 \text{ W/(K m}^2\text{)}$
- **Lösung**

## Aufgabe 12



- Zwei jeweils  $2 \text{ m}^2$  große Wände mit den Emissionsgraden  $\varepsilon_1 = 0.6$ ,  $\varepsilon_2 = 0.9$  und den Temperaturen  $T_1 = 1000 \text{ K}$ ,  $T_2 = 300 \text{ K}$ , stehen sich parallel gegenüber.
  - a. Welcher Wärmestrom fließt zwischen ihnen?
  - b. Wie stark wird der Wärmestrom reduziert, wenn eine dünne Strahlungsschutzwand mit  $\varepsilon_3 = 0.1$  dazwischengebracht wird, die auf beiden Seiten die gleiche Temperatur hat?
- Lösung

## Aufgabe 13



- Aufgrund der Sonneneinstrahlung erreicht die Erde ein Wärmestrom von  $\dot{q}_E = 1.37 \text{ kW/m}^2$ . Wie groß ist die Oberflächentemperatur der Sonne?

- Werte:

Abstand Sonne - Erde (Mittelpunkte)  $r_{ES} = 149.6 \cdot 10^9 \text{ m}$

Radius der Sonne  $r_S = 696 \cdot 10^6 \text{ m}$

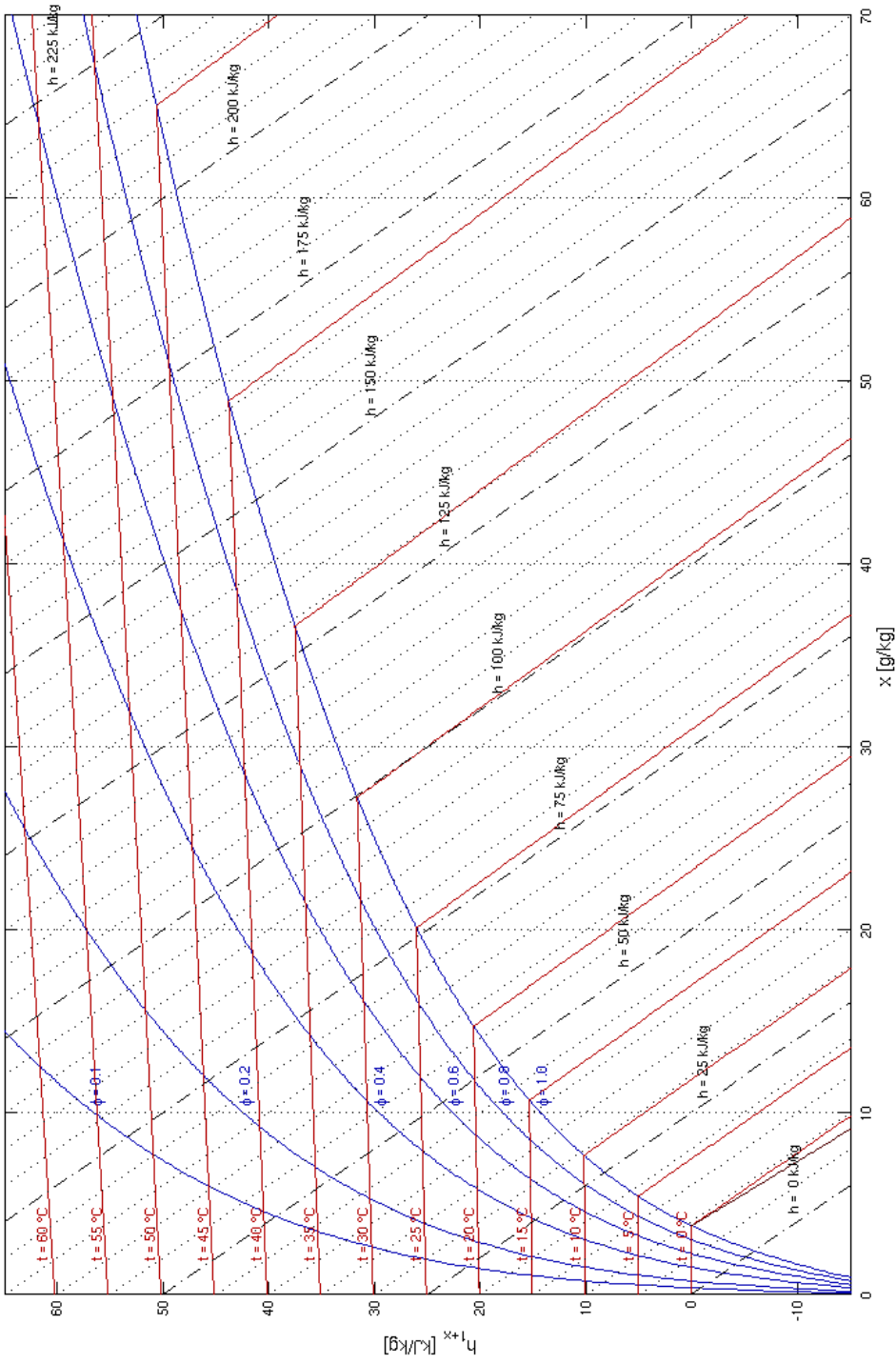
- Lösung



- Tabellen
- Applets
- Matlab-Beispiele
- Nachweise

🔍 h,x-Diagramm von Mollier

# h,x-Diagramm von Mollier



# Applets



- ☀ Wärmewiderstand
- ☀ Wärmedurchgang

🔍 exercise5.m

🔍 exercise7.m

## exercise5.m



```
% Loesung von Aufgabe 5
% gegebene Werte
t1 = 20; % in C
t2 = 50;
phi1 = 0.4; % rel. Feuchte
phi2 = 0.8;
q = 2/3; % Massenverhaeltnis
p = 1.01325e5; % Normdruck

%% a: Diagramm
x1 = 0.0059;
h1 = 35.5e3;
x2 = 0.0674;
h3 = 225e3;

x3 = (q*x1 + x2)/(1+q)

%% b: Berechnen
% Feuchtegrade x1, x2
ps1 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t1))
x1 = 0.6219*phi1*ps1/(p - phi1*ps1)

ps2 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t2))
x2 = 0.6219*phi2*ps2/(p - phi2*ps2)

% Bestimmung des Feuchtegrads x3
x3 = (q*x1 + x2)/(1 + q)

% spezifische Enthalpien
cp_luft = 1004; % in J/(kg K)
cp_dampf = 1860; % in J/(kg K)
r0 = 2500.9e3; % in J/kg

h1 = cp_luft*t1 + x1*(r0 + cp_dampf*t1) % in J/kg
h2 = cp_luft*t2 + x2*(r0 + cp_dampf*t2)

h3 = (q*h1 + h2)/(1 + q)

% Mischungstemperatur
t3 = (h3 - x3*r0)/(cp_luft + x3*cp_dampf)

% Berechnung von phi3
ps3 = saturationPressure(celsiusToKelvin(t3))
phi3 = p/ps3 * x3/(x3 + 0.6219)
```

# exercise7.m



```
% Loesung von Aufgabe 7

% gegebene Werte
t_b = 25; % in Grad Celsius
t_l = 25;
t_v = 90;
mu_c = 0.844;
mu_h = 0.117;
mu_s = 0.039;

% Werte aus Aufgabe 6
l = 0.5627; % in kmol L/kg B
v_f = 0.5920; % in kmol V/kg B

% Heizwert
h_u = (34.0*mu_c + 101.6*mu_h + 19.1*mu_s)*1000 % in kJ/kg B

% Molmase der Luft aus Tabelle
m_l = 28.966; % in kg/kmol

% spez. Waermekapazitaet in kJ/(kg K)
cp_b = 1.88; % Heizoel, angegeben
cp_l = 1.005; % Luft, aus Tabelle

% damit Enthalpie vor Verbrennung
h1 = m_l*l*cp_l*t_l + h_u + cp_b*t_b

% Molmasse des Verbrennungsgases
% Reihenfolge im Vektor: CO2 SO2 H2O N2 O2
% Mol-Anteile aus Aufgabe 6
y_vi = [0.118816, 0.002059, 0.116884, 0.736698, 0.025543];
% Molmassen
m_vi = [44, 64, 18, 28, 32];
m_v = y_vi * m_vi'

% spez. Waermekapazitaet des Verbrennungsgases
% Massenanteile
mu_i = m_vi .* y_vi / m_v
% cp der Komponenten bei 90 C durch lineare Interpolation
cp_i0 = [0.8169, 0.6092, 1.858, 1.039, 0.915]; % bei 0 Grad
cp_i1 = [0.8673, 0.6355, 1.871, 1.039, 0.9227]; % bei 100 Grad
cp_i = cp_i0 + 0.9*(cp_i1-cp_i0); % bei 90 Grad
% cp des Gemischs
cp_v = cp_i * mu_i'

% damit Enthalpie nach Verbrennung
h2 = m_v * v_f * cp_v * t_v

% freiwerdende Waerme
q = h1 - h2 % in kJ/kg

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Berechnung von t_max
% Grundproblem: cp bis t_max geht ein, also raten, iterieren, ..
% allerdings: Berechnung von cp aus Tabellen muss automatisiert werden!

% bis auf cp(t_max) sind alle Groessen bekannt
```

```

% im Moment ist nur cp(t_v) bekannt, damit erhaelt man
t_max = h1/(m_v * v_f * cp_v)
% Ergebnis: 2298 Grad -> iterieren!

% zunaechst Tabelle der cp_s der Komponenten einlesen
load 'cp.dat';
T = cp(:,1);
CP = cp(:,2:end);

% Schaetzwert fuer t in Grad Celsius
t_neu = 90;
t_alt = 0;    % dummy fuer die Schleife

% wiederhole, bis sich der t-Wert nicht mehr aendert
while abs(t_alt - t_neu) > 0.1,
    t_alt = t_neu;
    cp_i = interp1(T, CP, t_alt, 'spline'); % cp der Komponenten
    cp_v = cp_i * mu_i'; % cp des Gemischs in kJ/(kg K)
    % damit neuer t-Wert
    t_neu = h1/(m_v * v_f * cp_v)
end

```



- Tabellen:

Tabellen-Nr	Herkunft
1	[1]

# Lösung von Aufgabe 1



a. Dichte des Abgases:

Die Gesamtdichte erhält man aus den Dichten der Komponenten nach

$$\frac{1}{\rho_g} = \sum_i \frac{\mu_i}{\rho_i}$$

Die Einzeldichten bei gleichem p und T ergeben sich aus

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} = \frac{p}{R_i T} = \frac{p M_i}{RT}$$

Mit der Gaskonstanten  $R = 8.315 \text{ J}/(\text{mol K})$  und den Molmassen

Gas	Molmasse [kg/kmol]
N <sub>2</sub>	28.01
O <sub>2</sub>	32.00
CO <sub>2</sub>	44.01
CO	28.01

erhält man mit den angegebenen Werten für p und T

Gas	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]
N <sub>2</sub>	0.6136
O <sub>2</sub>	0.7011
CO <sub>2</sub>	0.9642
CO	0.6136

Die Gesamtdichte des Abgases ist daher

$$\rho = 0.6491 \text{ kg/m}^3$$

b. Molmasse des Gemischs:

erhält man sofort aus

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_g} &= \sum_i \frac{\mu_i}{M_i} \\ \Rightarrow M_g &= 29.63 \text{ kg/kmol} \end{aligned}$$

## Lösung von Aufgabe 2



a. Massen- und Molanteile:

Gesamtmasse

$$m_g = m_{N_2} + m_{CO_2} = 0.882 \text{ kg}$$

Massenanteile daher

$$\mu_{N_2} = m_{N_2}/m_g = 0.4172$$

$$\mu_{CO_2} = m_{CO_2}/m_g = 0.5828$$

Stoffmengen

$$n_{N_2} = m_{N_2} / M_{N_2} = 13.14 \text{ mol}$$

$$n_{CO_2} = m_{CO_2} / M_{CO_2} = 11.68 \text{ mol}$$

damit Molanteile

$$y_{N_2} = 0.5294$$

$$y_{CO_2} = 0.4706$$

b. Gaskonstante und Molmasse:

Molmasse aus den Molmassen der Komponenten

$$M_g = \sum_i M_i y_i = 35.54 \text{ kg/kmol}$$

Gaskonstante dann

$$R_g = \frac{R}{M_g} = 233.9 \text{ J/(kg K)}$$

c. Volumen:

Aus der Gasgleichung für das Gemisch

$$p_1 V_g = m_g R_g T_1$$

erhält man mit den bisherigen Ergebnissen sofort

$$V_g = m_g R_g T_1 / p_1 = 3.660 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

d. Druck nach der Erwärmung:

Die Zustandsänderung erfolgt isochor, daher

$$p_2 = p_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = 60.50 \text{ bar}$$

e. Zugeführte Wärme:

Isobare spezifische Wärmekapazitäten aus Tabelle

$$c_{p,N_2} \Big|_{0^\circ C}^{800^\circ C} = 1.096 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$c_{p,CO_2} \Big|_{0^\circ C}^{800^\circ C} = 1.0875 \text{ kJ/(kg K)}$$

Die Wärmekapazität des Gemischs erhält man aus

$$c_{p,g} = \sum_i \mu_i c_{p,i} = 1.091 \text{ kJ/(kg K)}$$

Damit ist

$$c_{v,g} = c_{p,g} - R_g = 857.1 \text{ kJ}$$

Die zugeführte Wärmemenge ist also

$$Q_{12} = m_g c_{V,g} (T_2 - T_1) = 604.8 \text{ kJ}$$

## Lösung von Aufgabe 3



- Feuchtegehalt bestimmt sich aus

$$x = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S}$$

- Für die Ansaugluft ist der Sättigungsdruck (durch lineare Interpolation aus der Dampfdruck-Tabelle)

$$p_S(15^\circ\text{C}) = 0.01706 \text{ bar}$$

- Damit erhält man den Feuchtegehalt

$$x_1 = 0.007419$$

Er bleibt bei der Erwärmung natürlich konstant.

- Für die Abluft erhält man analog

$$p_S(29^\circ\text{C}) = 0.04009 \text{ bar}$$

$$x_2 = 0.02297$$

- Bei Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  der trockenen Luft wird die folgende Dampfmenge abgeführt

$$\Delta \dot{m}_d = \dot{m}_L (x_2 - x_1)$$

Für den gewünschten Wert  $\Delta \dot{m}_d = 500 \text{ kg/h}$  also

$$\dot{m}_L = \frac{\Delta \dot{m}_d}{x_2 - x_1} = 3.215 \cdot 10^4 \text{ kg/h}$$

- Um das Volumen der angesaugten feuchten Luft zu berechnen, benötigen wir zunächst deren Dichte

$$\rho_1 = \frac{p M_L}{R T_1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{M_W}{M_L} \right) \varphi_1 \frac{p_S(T_1)}{p} \right) = 1.219 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- Damit erhalten wir schließlich

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\dot{m}}{\rho_1} \\ &= \frac{\dot{m}_L + \dot{m}_W}{\rho_1} \\ &= \frac{\dot{m}_L}{\rho_1} \cdot \frac{\dot{m}_L + \dot{m}_W}{\dot{m}_L} \\ &= \frac{\dot{m}_L}{\rho_1} (1 + x_1) \\ &= 2.657 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

# Lösung von Aufgabe 4



- Ablesen aus dem h,x-Diagramm

Zustand 1 als Schnittpunkt von  $\varphi = 0.8$  und  $t = 5\text{ °C} \rightarrow$

$$(h_{1+x})_1 = 16 \text{ kJ/kg}$$

$$x = 0.0042$$

Zustand 2 bei gleichem  $x$  und  $t = 20\text{ °C} \rightarrow$

$$(h_{1+x})_2 = 31 \text{ kJ/kg}$$

$$\varphi_2 = 0.3$$

Wärmeleistung damit

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 ((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1) = 108.5 \text{ kW}$$

- a. rechnerische Bestimmung von  $\varphi_2$  :

Dampfdruck bei Zustand 1 (Interpolation aus Tabelle)

$$p_S(5\text{ °C}) = 0.00873 \text{ bar}$$

damit Feuchtegehalt

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00432$$

bei Zustand 2  $x_2 = x_1$ , Dampfdruck

$$p_S(20\text{ °C}) = 0.0234 \text{ bar}$$

Auflösen der  $x$ - $\varphi$ -Beziehung  $\rightarrow$

$$\varphi_2 = \frac{p}{p_S(t_2)} \frac{x_2}{x_2 + M_W/M_L} = 0.298$$

- b. spezifische Enthalpien:

Für  $\varphi < 1$  war

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0\text{ °C}} + c_{p,D} t)$$

mit den Tabellenwerten der Konstanten erhält man

$$(h_{1+x})_1 = 15.85 \text{ kJ/kg}$$

$$(h_{1+x})_2 = 31.03 \text{ kJ/kg}$$

- c. Wärmeleistung:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_2 ((h_{1+x})_2 - (h_{1+x})_1) = 109.8 \text{ kW}$$

# Lösung von Aufgabe 5



- gegebene Werte:

$$t_1 = 20 \text{ °C}, \varphi_1 = 0.4$$

$$t_2 = 50 \text{ °C}, \varphi_2 = 0.8$$

$$q := \dot{m}_{L1} / \dot{m}_{L2} = 2/3$$

- a. Ablesen aus dem h,x-Diagramm:

Zustandsgrößen der einzelnen Luftströme

$$x_1 = 0.0059, h_1 = 35.5 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = 0.0674, h_2 = 225 \text{ kJ/kg}$$

Feuchtegehalt  $x_3$  der Mischluft

$$\begin{aligned} \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3} &= q \\ \Rightarrow x_3 &= \frac{qx_1 + x_2}{1 + q} = 0.0428 \end{aligned}$$

Mischzustand aus Schnittpunkt von  $x_3$ -Wert und Verbindungsstrecke der Zustände 1 und 2  $\rightarrow$

$$h_3 = 148 \text{ kJ/kg}$$

$$t_3 = 38 \text{ °C}$$

$$\varphi_3 = 0.93$$

- b. Berechnung der Werte mit linearer Interpolation:

Dampfdrücke aus Tabelle durch lineare Interpolation  $\rightarrow$

$$p_S(t_1) = 0.0234 \text{ bar}$$

$$p_S(t_2) = 0.124 \text{ bar}$$

Bestimmung von  $x_1$  und  $x_2$

$$x_1 = \frac{M_W}{M_L} \frac{\varphi_1 p_S(t_1)}{p - \varphi_1 p_S(t_1)} = 0.00580$$

analog

$$x_2 = 0.0672$$

Daraus Feuchtegehalt wie in a)

$$x_3 = 0.0426$$

Enthalpien aus

$$h_{1+x} = c_{p,L} t + x(r_{0^\circ\text{C}} + c_{p,D} t)$$

damit

$$(h_{1+x})_1 = 34.8 \text{ kJ/kg}$$

$$(h_{1+x})_2 = 224.5 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpie des Gemischs aus

$$\begin{aligned} \frac{(h_{1+x})_3 - (h_{1+x})_2}{(h_{1+x})_1 - (h_{1+x})_3} &= q \\ \Rightarrow (h_{1+x})_3 &= \frac{q(h_{1+x})_1 + (h_{1+x})_2}{1 + q} = 148.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Temperatur des Gemischs durch Auflösung der Enthalpieformel →

$$t_3 = \frac{(h_{1+x})_3 - x_3 r_{0^\circ C}}{c_{p,L} + x_3 c_{p,D}} = 38.76^\circ C$$

zugehöriger Dampfdruck

$$p_S(t_3) = 0.0691 \text{ bar}$$

relative Luftfeuchtigkeit damit

$$\varphi_3 = \frac{p}{p_S(t_3)} \frac{x_3}{x_3 + M_W/M_L} = 0.941$$

c. Bestimmung mit Matlab und WATER95:

komplette Rechnung mit dem Matlab-Skript [exercise5.m](#)



# Lösung von Aufgabe 6



a. Luftbedarf:

gesamter Bedarf an (feuchter) Luft ist

$$l = \lambda (1 + w_l) l_{\min}$$

trockener Mindestluftbedarf

$$l_{\min} = \frac{1}{0.21} \left( \frac{\mu_C}{12} + \frac{\mu_H}{4} + \frac{\mu_S}{32} \right) \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}} = 0.480 \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

Sättigungsdruck bei 25 °C aus Tabelle

$$p_S = 0.0317 \text{ bar}$$

damit molarer Feuchtegehalt

$$w_l = \frac{\varphi p_S}{p - \varphi p_S} = 0.0194 \frac{\text{kmol W}}{\text{kmol L}}$$

insgesamt

$$l = 0.563 \frac{\text{kmol L}}{\text{kg B}}$$

mit dem Normvolumen

$$V_{mn} = 22.4 \text{ m}^3/\text{kmol}$$

ist dies

$$l_V = l V_{mn} = 12.6 \frac{\text{m}^3 \text{ L}}{\text{kg B}}$$

• Verbrennungsgas:

Mengen der Verbrennungsbestandteile aus den Beziehungen für die jeweilige Gassorte

Gas	$v_{\text{Gas}}$ [kmol/kg B]	Molanteil [%]
CO <sub>2</sub>	0.0703	11.9
SO <sub>2</sub>	0.00122	0.2
H <sub>2</sub> O	0.0692	11.7
N <sub>2</sub>	0.436	73.7
O <sub>2</sub>	0.0151	2.6

Gesamtmenge an Verbrennungsgas

$$v_f = \sum_i v_i = 0.592 \frac{\text{kmol}}{\text{kg B}} \hat{=} 13.26 \frac{\text{m}^3}{\text{kg B}}$$

# Lösung von Aufgabe 7



a. Freiwerdende Wärme:

- Zunächst  $h'$  und  $h''$  berechnen. Dazu sind einige weitere Größen nötig.  
Heizwert nach der empirischen Heizwert-Formel

$$H_u = (34.0\mu_c + 101.6\mu_h + 19.1\mu_s) = 41.3 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

einige benötigte Tabellenwerte

Molmasse der Luft  $M_L = 28.966 \text{ kg/kmol}$

spez. Wärmekapazität von Luft bei 25 °C  $c_{p,L} = 1.005 \text{ kJ/(kg K)}$

Wert für Luftmenge aus Aufgabe 6

$$l = 0.5627 \text{ kmol L/kg B}$$

- damit Enthalpie vor der Verbrennung

$$h' = M_L l \bar{c}_{p,L} |_{0^\circ\text{C}}^{t_L} + H_u + \bar{c}_{p,B} |_{0^\circ\text{C}}^{t_B} = 41.78 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Molmasse des Verbrennungsgases aus den Molanteilen  $y_i$  nach Aufgabe 6

$$M_V = \sum_i y_i M_i = 28.91 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

- Die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität des Verbrennungsgases geschieht am einfachsten über die Massenanteile. Diese erhält man aus den Molanteilen über

$$\mu_i = \sum_i M_i y_i / M_V$$

zu

Gas	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>
$\mu_i$	0.1808	0.0046	0.0728	0.7135	0.0283

- Aus den Tabellen werden die  $c_p$ -Werte bei 90 °C für alle Komponenten durch Interpolation bestimmt. Daraus erhält man die gesamte Wärmekapazität

$$c_{p,V} = \sum_i c_{p,i} \mu_i = 1.062 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

- Mit der Verbrennungsgasmenge aus Aufgabe 6

$$v_f = 0.592 \text{ kmol/kg B}$$

erhält man auch die Enthalpie nach der Verbrennung

$$h'' = M_V v_f \bar{c}_{p,V} |_{0^\circ\text{C}}^{t_V} = 1.636 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Daraus ergibt sich sofort die pro kg Brennstoff freiwerdende Wärme

$$\frac{|Q|}{m_B} = h' - h'' = 40.15 \frac{\text{MJ}}{\text{kg B}}$$

- Berechnung der adiabatischen Verbrennungstemperatur:

- Setzt man in die Beziehung

$$h'(t_L) = h''(t_{\text{max}})$$

die entsprechenden Formeln für  $h'$  und  $h''$  ein, sieht man, dass die Wärmekapazität  $c_{p,V}$  bei der

unbekannten Temperatur  $t_{\max}$  zu nehmen ist. Hier hilft grundsätzlich ein Iterieren der Beziehung

$$t_{\max} = \frac{h'}{M_V v_f \bar{c}_{p,V} |0^\circ \text{C}}^{t_{\max}}$$

- Zur Berechnung eines neuen  $c_{p,V}$ -Wertes sind jedesmal Werte für  $c_p$  aller Komponenten durch Interpolation aus den Tabellen zu ermitteln. Mittels eines kleinen **Matlab-Programm** können alle Berechnungen dieser Aufgabe bequem durchgeführt werden.
- Nach 6 Iterationen erhält man auf 5 Dezimalen (also viel genauer als die Tabellenwerte)

$$t_{\max} = 1911.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

## Lösung von Aufgabe 8



- Wärmestrom  $\dot{Q}_K$  durch eine (ganze) Hohlkugel aus

$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

- Mit  $A(r) = 4 \pi r^2$  folgt

$$\dot{Q}_K = -4\pi \lambda r^2 \frac{dT}{dr}$$

- Integration von  $r_1$  bis  $r_2$  liefert

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_2} dT &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \\ \Rightarrow T_2 - T_1 &= -\frac{\dot{Q}_K}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \Rightarrow \dot{Q}_K &= 4\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = 4524 \text{ W} \end{aligned}$$

- Wärmestrom durch Halbkugel halb so groß

$$\dot{Q} = \dot{Q}_K/2 = 2262 \text{ W}$$

## Lösung von Aufgabe 9



a. Wärmestrom:

Wärmewiderstände der einzelnen Schichten erhält man sofort aus

$$R_{th,i} = d/(\lambda_i A) \Rightarrow$$

$$R_{th,1} = 0.0408 \text{ K/W}$$

$$R_{th,2} = 0.0082 \text{ K/W}$$

Der Gesamtwiderstand ergibt sich als Summe zu

$$R_{th} = 0.0572 \text{ K/W}$$

Der Wärmestrom ist daher

$$\dot{Q} = (T_1 - T_2)/R_{th} = 349.6 \text{ W}$$

b. Temperaturen an den Grenzschichten:

Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  geht durch die erste Wärmeschicht und erzeugt dort einen Temperaturabfall von

$$t_a - t_1 = -\dot{Q} R_{th,1} = -2.875 \text{ K}$$

$$\Rightarrow t_a = 17.125 \text{ °C}$$

Mit dieser Anfangstemperatur erhält man genauso die Temperatur an der zweiten Grenzschicht

$$t_b = 2.875 \text{ °C}$$

# Lösung von Aufgabe 10



- Die Reynoldszahl ist

$$Re = w L/v = 89796$$

- Die Prandtlzahl benötigt man bei Fluid- und Wandtemperatur

$$Pr_f = 1.74$$

$$Pr_w = 3.01$$

- Für diese Werte muss die dritte angegebene Formel für die Nußeltzahl verwendet werden. Sie ergibt sich damit zu

$$Nu = 294.2$$

- Der Wärmeleitkoeffizient ist somit

$$\alpha = Nu \lambda/L = 8910 \text{ W/(K m}^2\text{)}$$

- Damit und mit der Rohroberfläche erhält man den Wärmestrom

$$\dot{Q} = \alpha (T_w - T_f) \pi L h = -73.9 \text{ kW}$$

# Lösung von Aufgabe 11



- Wärmewiderstand der Grenzschicht

$$R_k = 1/(\alpha A) = 0.0101 \text{ K/W}$$

- Gesamtwiderstand erhöht sich gegenüber Aufgabe 9 um  $2 \cdot R_k$ , also

$$R_{th} = 0.0774$$

- Der Wärmestrom verringert sich damit auf

$$\dot{Q} = 258.5 \text{ W}$$

- Zur Berechnung der Temperaturen an den Grenzschichten bildet man die "kumulierte Summe"  $R_{sum}$  der Einzelwiderstände, d.h.  $R_{sum,i}$  ist die Summe der nach Schicht  $i$  liegenden Widerstände:

$$R_{th,i} = [0.0101 \ 0.0082 \ 0.0408 \ 0.0082 \ 0.0101] \text{ K/W}$$

$$R_{sum,i} = [0.0101 \ 0.0183 \ 0.0591 \ 0.0673 \ 0.0774] \text{ K/W}$$

- Die Temperatur an der  $i$ -ten Grenzschicht ist dann einfach durch den Gesamtwiderstand der vorhergehenden Schichten gegeben:

$$T_i = T_1 - \dot{Q} \cdot R_{sum,i} = [17.39 \ 15.27 \ 4.73 \ 2.61 \ 0.00] \text{ }^\circ\text{C}$$

# Lösung von Aufgabe 12



a. Wärmestrom zwischen den Wänden:

Strahlungsaustauschfaktor

$$C_{12} = \frac{\sigma}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = 3.19 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

Wärmestrom damit

$$\dot{Q} = C_{12}A(T_1^4 - T_2^4) = 63.3 \text{ kW}$$

b. Wärmestrom bei Zwischenwand:

Strahlungsaustauschfaktoren zur Zwischenwand

$$C_{13} = 5.32 \cdot 10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

$$C_{32} = 5.61 \cdot 10^{-9} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

Wärmestrom von Wand 1 zum Schirm

$$\dot{Q}_{13} = C_{13}A(T_1^4 - T_3^4)$$

Wärmestrom vom Schirm zur Wand 2

$$\dot{Q}_{32} = C_{32}A(T_3^4 - T_2^4)$$

im Gleichgewicht sind beide Wärmeströme gleich  $\rightarrow$

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{C_{13}T_1^4 + C_{32}T_2^4}{C_{13} + C_{32}}} = 837 \text{ K}$$

reduzierter Wärmestrom damit

$$\dot{Q}_r = 5.41 \text{ kW} = 8.56\% \cdot \dot{Q}$$



## Lösung von Aufgabe 13



- Wärmestrom durch Kugel um Sonne mit Radius  $r_{ES}$

$$\dot{Q} = 4\pi r_{ES}^2 \dot{q}_E$$

- Wärmestromdichte an Sonnenoberfläche daher

$$\dot{q}_S = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_s^2} = \dot{q}_E \left( \frac{r_{SE}}{r_S} \right)^2 = 6.329 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt damit die Temperatur

$$T = \sqrt[4]{\frac{\dot{q}_S}{\sigma}} = 5780 \text{ K}$$